



А К А Д Е М И Ј А
ТЕХНИЧКО-ВАСПИТАЧКИХ
СТРУКОВНИХ СТУДИЈА



ИНФОРМАТОР



017/ 421-859

ФИЛИПА ФИЛИПОВИЋА 20, ВРАЊЕ

upis.vranje@akademijanis.edu.rs

odsekvranje.akademijanis.edu.rs

Издавач: Академија техничко-васпитачких струковних студија - Одсек Врање

Уредник: др Душан Радосављевић, проф.с.с.

Информатор приредио Промо тим

**Компјутерска обрада и корице:
Милош Коцић**



САДРЖАЈ

УВОД	стр. 4.
КАПАЦИТЕТИ	стр. 5.
ЗАШТО СТУДИРАТИ У ОДСЕКУ ВРАЊЕ АКАДЕМИЈЕ ТЕХНИЧКО-ВАСПИТАЧКИХ СТУКОВНИХ СТУДИЈА?	стр. 6.
СТУДИЈСКИ ПРОГРАМИ - КУРИКУЛУМИ	стр. 7.
ОСНОВНЕ СТРУКОВНЕ СТУДИЈЕ – 180 ЕСПБ	стр. 8.
СПЕЦИЈАЛИСТИЧКЕ СТРУКОВНЕ СТУДИЈЕ – 60 ЕСПБ	стр. 23.
 САОБРАЋАЈ И ТРАНСПОРТ	стр. 10.
 ДРУМСКИ САОБРАЋАЈ И ТРАНСПОРТ	стр. 24.
 ЕКОЛОГИЈА И ЗАШТИТА ЖИВОТНЕ СРЕДИНЕ	стр. 12.
 ИНЖЕЊЕРСКИ МЕНАѢМЕНТ	стр. 26.
 СТРУКОВНА МЕДИЦИНСКА СЕСТРА	стр. 14.
 ПРЕДУЗЕТНИЧКИ МЕНАѢМЕНТ	стр. 16.
 МАШИНСКО ИНЖЕЊЕРСТВО СА МОДУЛИМА	стр. 18.
МАСТЕР СТРУКОВНЕ СТУДИЈЕ – 60 ЕСПБ	стр. 28.
 МЕЂУНАРОДНА ЕКОНОМИЈА И ПРЕДУЗЕТНИШТВО	стр. 29.
 ЗАШТИТА ЖИВОТНЕ СРЕДИНЕ*	стр. 31.
У ПОСТУПКУ АКРЕДИТАЦИЈЕ	
ЛАБОРАТОРИЈЕ	стр. 32.
САРАДЊА СА ПРИВРЕДОМ	стр. 35.
МЕЂУНАРОДНИ ПРОЈЕКТИ	стр. 36.
ПРИМЕРИ ЗАДАТАКА ПРЕМА ПРОГРАМУ ПРИЈЕМНОГ ИСПИТА ИЗ МАТЕМАТИКЕ	стр. 37.
ПРИМЕРИ ЗАДАТАКА ПРЕМА ПРОГРАМУ ПРИЈЕМНОГ ИСПИТА ИЗ ХЕМИЈЕ	стр. 73.
ПРИМЕРИ ЗАДАТАКА ПРЕМА ПРОГРАМУ ПРИЈЕМНОГ ИСПИТА ИЗ ЕКОНОМИЈЕ	стр. 85.



ДРАГИ БРУЦОШИ,

Овим Информатором Вам пружамо потребне информације о студијским програмима које можете студирати на Одсеку Врање Академије техничко-васпитачких струковних студија, као и са условима и начином уписа на наше студијске програме.

Користимо прилику да Вас обавестимо, да ће и ове године бити организована припремна настава из математике и хемије за кандидате на студијском програму Екологија и заштита животне средине, као и припремна настава из економије и математике за полагање пријемног испита на студијском програму Предузетнички менаџмент.

Припремна настава из математике биће организована за кандидате студијских програма Саобраћај и транспорт и Машинско инжењерство. За кандидате студијског програма Струковна медицинска сестра биће организована припремна настава из хемије. Кандидати се одлучују са похађање припремне наставе из једног предмета. Све информације и апликација за пријављивање кандидата за похађање припремне наставе биће благовремено постављене на сајту Одсека Врање.

Студијски програми се одликују савременим наставним садржајима који, у комбинацији са практичним радом, омогућавају студентима стицање савремених знања, вештина и способности потребних све захтевнијем тржишту рада.

Истичемо изузетну сарадњу са привредом и пружање могућности нашим студентима да обављају стручну праксу у најбољим предузећима у региону. У новој школској години, желимо да заједно са вама, постигнемо још боље резултате.

ДОБРОДОШЛИ!





КАПАЦИТЕТИ

- ✓ Студентима је доступно 2148 м² модерно опремљеног наставног и лабораторијског простора са свом потребном дидактичком опремом.
- ✓ Студентима су на располагању две модерно опремљене рачунарске лабораторије са преко 30 рачунара последње генерације, као и библиотека са најсавременијом литературом.
- ✓ Студентска служба је на располагању студентима за сва питања у вези са студирањем, током уписа и студија.
- ✓ Редовно пратимо и анализирамо постигнуте резултате сваког студента и заједно планирамо њихову каријеру.

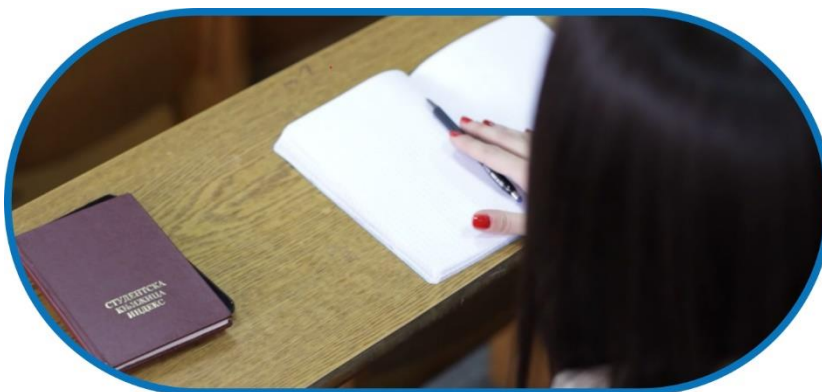




ЗАШТО СТУДИРАТИ У ОДСЕКУ ВРАЊЕ АКАДЕМИЈЕ ТЕХНИЧКО-ВАСПИТАЧКИХ СТРУКОВНИХ СТУДИЈА?

Сви студијски програми на основним, специјалистичким и мастер студијама, су акредитовани, урађени по принципима Болоњске декларације и усаглашени са одредбама Закона о високом образовању.

У Одсеку Врање Академије техничко-васпитачких струковних студија раде високостручни наставници и сарадници који студентима пружају теоријска и практична знања кроз разне облике интерактивне наставе.



- ✓ Студије на Академији техничко-васпитачких струковних студија - Одсек Врање прате динамичне промене у науци и техници код нас и у свету.
- ✓ Студијски програми су компатибилни са програмима истих или сличних усмерења на иностраним високошколским институцијама.
- ✓ У Академији техничко-васпитачких струковних студија - Одсек Врање постоји могућност буџетског финансирања студената, док је самофинансирајућим студентима омогућено плаћање по најповољнијим условима.
- ✓ Студенти имају богат и занимљив друштвени живот кроз активности своје организације – Студентског парламента. Студенти посећују стручне сајмове и учествују на студентским и стручним конференцијама.
- ✓ Зграда Одсека Врање се налази на атрактивној локацији, аутобуским линијама је добро повезана са свим градским насељима. У непосредној близини налазе се и Дом ученика и студентска менза.
- ✓ Одсек Врање Академије техничко-васпитачких струковних студија обезбеђује студентима професионалну стручну праксу у многим привредним субјектима у Пчињском округу, а касније и могућност запошљавања у неким од предузећа са којима Одсек Врање има дугу и успешну пословно - техничку сарадњу.





СТУДИЈСКИ ПРОГРАМИ - КУРИКУЛУМИ

Академија техничко-васпитачких струковних студија је акредитована као високошколска установа која реализује основне струковне, специјалистичке и мастер струковне студије (први и други степен високог образовања).

Оријентационе
године
старости





ОСНОВНЕ СТРУКОВНЕ СТУДИЈЕ

Основне струковне студије трају три школске године, односно шест семестара и имају 180 ЕСПБ бодова. Право уписа на основне струковне студије имају лица са предходно стеченим одговарајућим средњим образовањем у трогодишњем и четворогодишњем трајању и положеним пријемним испитом из математике, хемије или економије у зависности од студијског програма који се уписује.

Ближи услови уписа одређују се Конкурсом за упис кандидата и Правилником о условима и поступку уписа студената на студијске програме који се реализују на Одсеку Врање.

Одсек Врање, Академије техничко-васпитачких струковних студија у складу са дозволама за рад и уверењима за акредитацију студијских програма врши упис на студијским програмима:

- ✓ **САОБРАЋАЈ И ТРАНСПОРТ**
- ✓ **ЕКОЛОГИЈА И ЗАШТИТА ЖИВОТНЕ СРЕДИНЕ**
- ✓ **СТРУКОВНА МЕДИЦИНСКА СЕСТРА**
- ✓ **ПРЕДУЗЕТНИЧКИ МЕНАЏМЕНТ**
- ✓ **МАШИНСКО ИНЖЕЊЕРСТВО СА МОДУЛИМА :**
 - **МОДУЛ ПМ: ПРОИЗВОДНО МАШИНСТВО**
 - **МОДУЛ МПД: МЕХАНИЧКА ПРЕРАДА ДРВЕТА**



КОНКУРС И ПРИЈЕМНИ ИСПИТ

Избор кандидата за упис у прву годину основних струковних студија обавља се према резултату постигнутом на квалификационом испиту и према општем успеху постигнутом у средњој школи.

Под општим успехом у средњој школи подразумева се збир свих просечних оцена из свих предмета у првом, другом, трећем и четвртном разреду помножен са 2 (два). По овом основу кандидат може стећи најмање 16, а највише 40 бодова. На класификационом испиту кандидат може да освоји највише 60 бодова.

За упис на студије утврђује се ЈЕДИНСТВЕНА РАНГ ЛИСТА за студенте који се финансирају из буџета и оне који се самофинансирају, а место на ранг листи одређује који ће статус студент имати.

Кандидати приликом пријаве на конкурс подносе на увид оригинална документа, а уз пријавни лист подносе фотокопије свих оригиналних докумената:

- ✓ извод из матичне књиге рођених
- ✓ сведочанства свих разреда средње школе
- ✓ диплому о положеном матурском испиту
- ✓ доказ о уплати накнаде за полагање пријемног испита

Кандидати су у обавези да на полагање пријемног испита понесу са собом личну карту или пасош.

Кандидати који стекну право на упис, за упис подносе:

- ✓ оригиналну диплому и сведочанства свих разреда средње школе
- ✓ извод из матичне књиге рођених и копију личне карте
- ✓ две фотографије формата 4,5x3,5 цм
- ✓ семестралну уплату
- ✓ кандидати који плаћају школарину, доказ о уплати прве рате школарине





САОБРАЋАЈ И ТРАНСПОРТ

Сврха студијског програма

Базирајући се на образовању које нуди знања и вештине применљива у пракси, студијски програм Саобраћај и транспорт, доприноси развоју потребних квалификација струковних инжењера саобраћаја, за којим привреда Републике Србије и тржиште рада, испољава велике потребе.

ЗВАЊЕ:

СТРУКОВНИ ИНЖЕЊЕР САОБРАЋАЈА

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ:

МАТЕМАТИКА



Компетенције студената

Компетентност струковних инжењера саобраћаја, огледа се у спремности за самосталан рад у следећим областима друског саобраћаја:

- ✓ Безбедност саобраћаја
- ✓ Планирање, пројектовање и управљање саобраћајем
- ✓ Технологија и организација транспорта
- ✓ Шпедиција, логистика и комбиновани системи транспорта





СТРУКТУРА СТУДИЈСКОГ ПРОГРАМА САОБРАЋАЈ И ТРАНСПОРТ

Год. студ.	Р.б.	Шиф. пред.	Назив предмета	Сем.	Тип предмета	Статус предмета	Акт. настава			Остали часови	ЕСПБ
							П	В	ДОН		
	1.	ОС0001	Математика	1	АО	О	2	2	0	–	6
	2.	ОС0002	Примена рачунара	1	АО	О	3	0	2	–	6
	3.	ОС0004	Енглески језик 1	1	АО	О	3	2	1		6
	4.	ОС0005	Механика 1	1	С	О	2	2	1	–	6
	5.	ОС0039	Физика 1	2	АО	О	3	1	1		7
	6.	ОС0040	Увод у саобраћај и транспорт	2	С	О	3	2	0	–	8
	7.	ОС0041	Познавање робе	2	С	О	2	2	0	–	6
	8.	ОС0042	Инжењерска графика	2	С	О	2	2	0	–	8
	9.	ОС0043	Физика 2	2	АО	О	3	1	1	–	7
	Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/ остали часови) и бодови на години							23	14	6	–
Укупно часова активне наставе на години							43				
ДРУГА	10.	ОС0044	Информационе технологије у саобраћају	3	С	О	2	2	0	–	6
	11.	ОС0021	Безбедност саобраћаја	3	СА	О	3	2	0	–	7
	12.	ОС0045	Паркирање и јавне гараже	3	С	О	3	2	0	–	7
	13.	ОС0046	Механизација претовара	3	С	О	2	2	0	–	6
	14.	ОС0047	Саобраћајна психологија	3	С	О	2	2	0	–	5
	15.	ОС0016	Моторна возила	4	СА	О	2	2	0	–	6
	16.	ОС0048	Опасне материје	4	С	О	2	2	0	–	6
	17.	ОС0049	Саобраћај и животна средина	4	СА	О	2	2	0	–	6
	18.		Предмети изборног блока 1 (од 2 предмета студент бира 1)								
		ОС0050	Менаџмент саобраћајних система	4	СА	И	2	2	0	–	6
		ОС0063	Осигурање у саобраћају и транспорту	4	СА	И	2	2	0	–	6
	19.		Предмети изборног блока 2 (од 2 предмета студент бира 1)								
		ОС0051	Економија саобраћаја	4	СА	И	2	2	0	–	6
		ОС0053	Логистика у транспорту	4	СА	И	2	2	0	–	6
Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/ остали часови) и бодови на години							22	20	0	–	60
Укупно часова активне наставе на години							42				
ТРЕЋА	20.	ОС0054	Техника безбедности и контроле саобраћаја	5	С	О	3	2	0	–	7
	21.	ОС0055	Јавни градски превоз	5	СА	О	3	2	0	–	7
	22.		Предмети изборног блока 3 (од 2 предмета студент бира 1)								
		ОС0056	Индикатори саобраћаја и квалитета животне средине	5	С	И	2	2	1	–	6
		ОС0057	Географски информациони системи	5	С	И	2	2	1	–	6
	23.		Предмети изборног блока 4 (од 2 предмета студент бира 1)								
		ОС0058	Планирање саобраћаја	5	СА	И	3	3	1	–	6
		ОС0033	Дијагностика моторних возила	5	СА	И	3	3		–	6
	24.	ОС0059	Теорија и регулисање саобраћајних токова	5	СА	О	3	3	0	–	6
	25.	ОС0060	Технологија друмског саобраћаја	6	СА	О	3	3	0	–	7
	26.		Предмети изборног блока 5 (од 2 предмета студент бира 1)								
		ОС0061	Утврђивање штете на возилима	6	СА	И	2	2	0	–	6
		ОС0010	Машински елементи	6	СА	И	2		0	–	6
	27.		Предмети изборног блока 6 (од 2 предмета студент бира 1)								
		ОС0036	Технологије интегралног транспорта	6	СА	И	2	2	0	–	6
		ОС0018	Експлоатација моторних возила	6	СА	И	2	2	0	–	6
	28.	ОС0026	Стручна пракса	6	СА	О	0	0	0	6	3
	29.	ОС0027	Завршни рад	6	СА	О	0	0	0	2	3
	30.	ОС0062	Предмет завршног рада	6	СА	О	0	0	2	0	2
	Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/ остали часови) и бодови на години							20	19	1-2	–
Укупно часова активне наставе на години							42-43				
Укупно часова активне наставе, остали часови и бодова за све године студија							127				180





ЕКОЛОГИЈА И ЗАШТИТА ЖИВОТНЕ СРЕДИНЕ

Сврха студијског програма

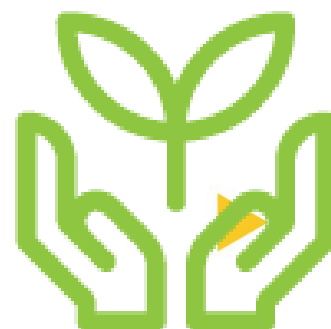
Сврха студијског програма Екологија и заштита животне средине је формирање струковног инжењера који поседује стручна знања о заштити животне средине, као и способност и вештине потребне за имплементацију тих знања не само у области заштите, већ и на плану екологије, управљања и унапређења животне средине, у контексту глобалне стратегије одрживог развоја.

ЗВАЊЕ:

**СТРУКОВНИ ИНЖЕЊЕР ЗАШТИТЕ
ЖИВОТНЕ СРЕДИНЕ**

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ:

ХЕМИЈА ИЛИ МАТЕМАТИКА



Компетенције студената

- ✓ Развој критичког мишљења о еколошким појмовима и приступу проблематици заштите животне средине
- ✓ Изградња правилног става према животној средини на принципима одрживог развоја
- ✓ Темељно познавање и разумевање законитости и принципа екологије и заштите животне средине
- ✓ Решавање конкретних проблема из области екологије и заштите животне средине
- ✓ Способност размене идеја, проблема и решења у области екологије и заштите животне средине.





СТРУКТУРА СТУДИЈСКОГ ПРОГРАМА ЕКОЛОГИЈА И ЗАШТИТА ЖИВОТНЕ СРЕДИНЕ

	Р.број	Шифра	Назив	С е м.	Активна настава*				Ост.	ЕСПБ	Статус	Тип
					П	В	ДОН	СТИР /ИР				
ПРВА	1.	ОС0001	Математика	1	2	2	0	0	0	6	О	АО
	2.	ОС0002	Примена рачунара	1	3	0	2	0	0	6	О	АО
	3.	ОТ0001	Општа и неорганска хемија	1	2	0	2	0	0	6	О	АО
	4.	ОТ0006	Основи заштите животне средине	1	2	2	0	0	0	6	О	С
	5.	ОТ0003	Енглески језик 1	1	2	2	0	0	0	6	О	АО
	6.	ОТ0002	Биологија	2	2	0	2	0	0	6	О	АО
	7.	ОТ0001	Органска хемија	2	2	0	2	0	0	6	О	С
	8.	ОС0029	Екологија и заштита животне средине	2	2	2	0	0	0	6	О	С
	9.	ОЕК001	Општа токсикологија	2	2	2	0	0	0	6	О	С
	Предмети изборног блока 1 (од 2 предмета студент бира 1)											
	10.	ОТ0003	Циркуларна економија	2	2	2	0	0	0	6	И	С
		ОТ0004	Дигитални маркетинг	2	2	2	0	0	0	6	И	С
	Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/ остали часови) и бодови на години				21	12	8	0	0	60		
	Укупно часова активне наставе на години				41							
ДРУГА	11.	ОТ0005	Општа микробиологија	3	2	0	2	0	0	6	О	С
	12.	ОТ0006	Аналитичка хемија	3	2	0	2	0	0	6	О	С
	13.	ОТ0007	Биохемија	3	2	0	2	0	0	6	О	С
	14.	ОС0057	Географски информациони системи	3	2	2	1	0	0	6	О	С
	15.	ОЕК002	Управљање отпадом	3	2	1	0	0	0	6	О	СА
	16.	ОЗ0001	Биотехнологије у животној средини	4	2	2	0	0	0	6	О	СА
	17.	ОЗ0002	Еколошка микробиологија	4	2	0	2	0	0	6	О	СА
	18.	ОМ0012	Физика животне средине	4	2	2	0	0	0	6	О	СА
	19.	ОМ0028	Хемија животне средине	4	2	0	2	0	0	6	О	СА
	Предмети изборног блока 2 (од 3 предмета студент бира 1)											
	20.	ОС0028	Енглески језик 2	4	2	2	0	0	0	6	И	С
		ОЕК003	Методе анализе загађујућих супстанци	4	2	2	0	0	0	6	И	С
		ОЕК004	Функционисање биолошких система	4	2	2	0	0	0	6	И	С
	Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/ остали часови) и бодови на години				20	9	11	0	0	60		
	Укупно часова активне наставе на години				40							
ТРЕЋА	21.	ОМ0013	Одрживи развој	5	3	3	0	0	0	6	О	С
	22.	ОЕК005	Загађивање и заштита земљишта	5	2	0	2	0	0	6	О	СА
	Предмети изборног блока 3 (од 2 предмета студент бира 1)											
	23.	ОМ0026	Мониторинг у животној средини	5	2	2	0	0	0	6	И	СА
		ОЕК006	Микробиологија вода	5	2	0	2	0	0	6	И	СА
	Предмети изборног блока 4 (од 2 предмета студент бира 1)											
	24.	ОЕК007	Неорганске и органске загађујуће материје	5	2	0	2	0	0	6	И	СА
		ОЕК008	Биоремедијација	5	2	0	2	0	0	6	И	СА
	25.	ОЕК009	Заштита биодиверзитета	5	2	2	0	0	0	6	О	СА
	26.	ОЗ0012	Хемија вода и отпадних вода	6	2	0	2	0	0	6	О	СА
	Предмети изборног блока 5 (од 2 предмета студент бира 1)											
	27.	ОЕК010	Агроекологија	6	3	2	1	0	0	6	И	СА
		ОЕК011	Органска производња	6	3	2	1	0	0	6	И	СА
	28.	ОЗ0016	Аерозагађивање и заштита ваздуха	6	2	0	2	0	0	6	О	СА
	Предмети изборног блока 6 (од 2 предмета студент бира 1)											
	29.	ОР0042	Управљање квалитетом	6	3	3	0	0	0	6	И	С
		ОС0032	Управљање пројектима	6	3	2	0	0	0	6	И	С
	30.	ОЕК021	Предмет завршног рада	6	0	0	0	0	2	1	О	СА
	31.	ОЕК020	Стручна пракса	6	–	–	–	0	6	3	О	СА
	32.	ОЕК022	Завршни рад	6	–	–	–	2	2	2	О	СА
	Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/ остали часови) и бодови на години				21	9-12	9-11	2	10	60		
	Укупно часова активне наставе на години				43-44				10			
	Укупно часова активне наставе, остали часови и бодова за све године студија				124-125					180		





СТРУКОВНА МЕДИЦИНСКА СЕСТРА

Сврха студијског програма

Сврха студијског програма Струковна медицинска сестра је образовање стручног кадра у складу са новим приступима здрављу и здравственој политици, подизање стручних компетенција медицинских сестара, усклађивање образовања са реалним потребама друштва и допринос развоју здравственог система стварањем квалитетних кадрова.

ЗВАЊЕ:

СТРУКОВНА МЕДИЦИНСКА СЕСТРА

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ:

ХЕМИЈА



Компетенције студената

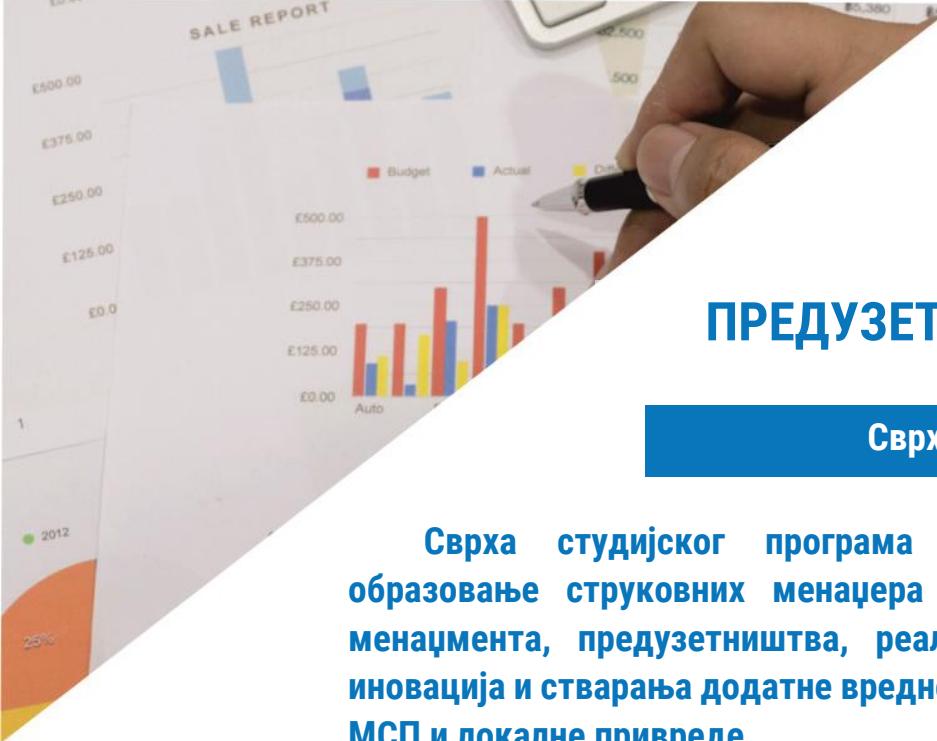
- ✓ Самосталан рад и примена стеченог теоријског знања и вештина у свим видовима опште неге болесника, у примарној здравственој заштити - у амбуланти и кућним условима, у секундарној здравственој заштити - општим и специјализованим болницама, у терцијалној здравственој заштити - у клиничким центрима
- ✓ Руковођење тимом за здравствену негу, координацију рада са осталим тимовима и сарадњу са стручњацима са високим образовањем у процесу дијагностификовања и лечења оболелих и повређених
- ✓ Организација дневних радних задатака и вођење одговарајуће администрације
- ✓ Поштовање принципа професионалне етике и њихову афирмацију код других чланова тима





СТРУКТУРА СТУДИЈСКОГ ПРОГРАМА СТРУКОВНА МЕДИЦИНСКА СЕСТРА

Год. студ.	Р.б.	Шиф. пред.	Назив предмета	Сем.	Тип предм ета	Статус	Акт. настава				Остали часови	ЕСПБ
							П	В	ДОН	СТП/ИР		
ПРВА	1.	OMS01	Биологија са хуманом генетиком	1	АО	О	2	0	2	—	—	6
	2.	OMS02	Медицинска физика	1	АО	О	2	0	2	—	—	6
	3.	OMS03	Медицинска хемија	1	АО	О	2	0	2	—	—	6
	4.	OMS06	Микробиологија са имунологијом	1	С	О	2	0	2	—	—	6
	5.	OMS08	Анатомија и физиологија	2	С	О	3	2	0	—	—	6
	6.	OMS04	Енглески језик	2	АО	О	3	2	0	—	—	4
	7.	OMS07	Медицинска информатика	2	АО	О	2	2	0	—	—	5
	8.	OMS05	Медицинска биохемија	2	С	О	2	2	0	—	—	6
	9.	OMS09	Увод у здравствену негу	2	С	О	3	2	0	—	—	6
			Предмети изборног блока 1 (од 2 предмета студент бира 1)									
	10.	OMS10	Педагогија у здравству	2	С	И	2	2	0	—	—	6
		OMS11	Психологија у здравству	2	С	И	2	2	0	—	—	6
	11.	OMS12	Стручна пракса 1	2	СА	О					55	3
Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/остали часови) и бодови на години							25	14	8		55	60
Укупно часова активне наставе на години							42					
ДРУГА	12.	OMS13	Фармакологија	3	С	О	3	2	0	—	—	6
	13.	OMS14	Интерна медицина са здравственом негом	3	СА	О	3	2	0	—	—	7
	14.	OMS15	Инфективне болести и епидемиологија са здравственом негом	3	СА	О	3	2	0	—	—	7
	15.	OMS18	Хирургија и трауматологија са здравственом негом	3	СА	О	3	2	0	—	—	7
			Предмети изборног блока 2 (од 2 предмета студент бира 1)									
	16.	OMS16	Здравствено и социјално законодавство	4	С	И	2	2	0	—	—	6
		OMS17	Комуникације и етика у сестринству	4	С	И	2	2	0	—	—	6
	17.	OMS19	Неурологија и психијатрија са здравственом негом	4	СА	О	3	2	0	—	—	6
	18.	OMS20	Педијатрија са здравственом негом	4	СА	О	3	2	0	—	—	6
			Предмети изборног блока 3 (од 2 предмета студент бира 1)									
	19.	OMS21	Здравствена нега лица са инвалидитетом	4	С	И	2	2	0	—	—	6
		OMS22	Здравствена нега старих	4	С	И	2	2	0	—	—	6
			Предмети изборног блока 4 (од 2 предмета студент бира 1)									
	20.	OMS23	Управљање медицинским отпадом	4	С	И	2	2	0	—	—	6
		OMS24	Медицинска екологија са хигијеном	4	С	И	2	2	0	—	—	6
	21.	OMS25	Стручна пракса 2	4	СА	О	0	0	0	—	55	
Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/остали часови) и бодови на години							25	18	0		55—	60
Укупно часова активне наставе на години							43					
ТРЕЋА	22.	OMS26	Гинекологија са здравственом негом	5	СА	О	3	2	0	—	—	7
	23.	OMS27	Рехабилитација са здравственом негом	5	СА	О	3	2	0	—	—	7
	24.	OMS28	Онкологија са здравственом негом	5	СА	О	3	2	0	—	—	6
			Предмети изборног блока 5 (од 2 предмета студент бира 1)									
	25.	OMS34	Примарна здравствена заштита и кућна нега	5	С	И	3	2	0	—	—	6
		OMS30	Палијативно збрињавање	5	С	И	3	2	0	—	—	6
	26.	OMS43	Предмет завршног рада	5	СА	О	0	0	0	10	—	3
			Предмети изборног блока 6 (од 2 предмета студент бира 1)									
	27.	OMS31	Методологија истраживања у сестринству	6	С	И	3	2	0	—	—	6
		OMS32	Методика и организација здравствене неге	6	С	И	3	2	0	—	—	6
	28.	OMS35	Економија у здравству	6	С	О	3	2	0	—	—	6
	29.	OMS33	Мултидисциплинарна интензивна нега	6	СА	О	3	2	0	—	—	6
	30.	OMS45	Ургентна медицина са здравственом негом	6	СА	О	3	2	0	—	—	6
	31.	OMS36	Стручна пракса 3	6	СА	О	0	0	0	—	55	3
	32.	OMS44	Завршни рад	6	СА	О	0	0	0	—	10	4
Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/остали часови) и бодови на години							24	16	0	10	75	60
Укупно часова активне наставе на години							40					
Укупно часова активне наставе, остали часови и бодова за све године студија							125					180



ПРЕДУЗЕТНИЧКИ МЕНАЏМЕНТ

Сврха студијског програма

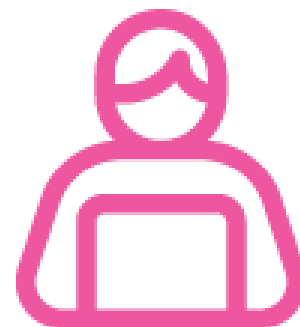
Сврха студијског програма Предузетнички менаџмент је образовање струковних менаџера са компетенцијама из области менаџмента, предузетништва, реализације пословних подухвата - иновација и стварања додатне вредности у унутрашњем расту и развоју МСП и локалне привреде.

ЗВАЊЕ:

СТРУКОВНИ МЕНАЏЕР

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ:

ЕКОНОМИЈА ИЛИ МАТЕМАТИКА



Компетенције студената

- ✓ Разумевање и савладавање проблема у области предузетништва и менаџмента
- ✓ Коришћење савремених софтверских система и менаџерског приступа решавању практичних проблема,
- ✓ Разумевање професионалне и етичке одговорности менаџера
- ✓ Праћење квалитета и управљање квалитетом
- ✓ Анализа унутрашњег и спољашњег окружења, препознавања извора промена унутар и ван организације, синтезе одговарајућих стратегија за управљање променама





СТРУКТУРА СТУДИЈСКОГ ПРОГРАМА ПРЕДУЗЕТНИЧКИ МЕНАЏМЕНТ

Р.б.	Шиф. пред.	Назив предмета	Сем.	Тип предмета	Статус предмета	Акт. настава				Остали часови	ЕСПБ
						П	В	ДОН	СТИР /СИР		
ПРВА ГОДИНА											
1.	ОС0001	Математика	1	АО	О	2	2	0	0	–	6
2.	ОС0002	Примена рачунара	1	АО	О	3	0	2	0	–	6
3.	ОР0017	Енглески језик 1	1	АО	О	2	2	0	0	–	6
4.	ОС0006	Основи економије	1	АО	О	2	2	0	0	–	6
5.	ОН0024	Маркетинг	1	С	О	3	2	0	0	–	6
6.	ОР0041	Менаџмент	2	АО	О	3	2	0	0	–	6
7.	ОР0002	Економика	2	С	О	3	2	0	0	–	6
8.	ОР0003	Пословне комуникације	2	С	О	3	2	0	0	–	6
9.	ОР0004	Пословна логистика	2	СА	О	2	2	0	0	–	6
10.	ОР0030	Пословне финансије	2	СА	О	2	2	0	0	–	6
Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/ остали часови) и бодови на години						25	18	2	0	–	60
Укупно часова активне наставе на години						45					
ДРУГА ГОДИНА											
11.	ОН0040	Организација производно пословних система	3	СА	О	3	2	2	0	–	6
12.	ОР0005	Пословна култура и етика	3	С	О	3	2	2	0	–	6
13.	ОР0006	Стратегијски менаџмент	3	С	О	3	2	2	0	–	6
14.	ОР0007	Управљање променама	3	СА	О	3	2	2	0	–	6
15.	ОР0008	Управљање иновацијама	3	СА	О	3	2	2	0	–	6
16.	ОР0009	Окружење, конкурентност и развој	4	АО	О	4	2	2	0	–	6
17.	ОР0010	Тржиште, трошкови и цене	4	С	О	4	2	2	0	–	6
18.	ОЕ0001	Основе франшизног пословања	4	СА	О	4	2	2	0	–	6
		Предмети изборног блока 1 (од 2 предмета студент бира 1)									
19.	ОС0028	Енглески језик 2	4	С	И	2	2	0	0	–	6
	ОС0029	Екологија и заштита животне средине	4	С	И	2	2	0	0	–	6
		Предмети изборног блока 2 (од 2 предмета студент бира 1)							0		
20.	ОС0030	Обновљиви извори енергије	4	СА	И	2	2	0	0		6
	ОТ0004	Познавање сировина	4	СА	И	2	2	0	0		6
Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/ остали часови) и бодови на години						20	20	0	0	–	60
Укупно часова активне наставе на години						40					
ТРЕЋА ГОДИНА											
21.	ОР0013	Предузетништво	5	СА	О	3	2	0		–	6
22.	ОР0012	Предузетничка економија	5	СА	О	2	2	0		–	6
		Предмети изборног блока 3 (од 2 предмета студент бира 1)									
23.	ОР0024	Менаџмент малих и средњих предузећа	5	С	И	3	3	0		–	6
	ОМ0013	Одрживи развој	5	С	И	3	3	0		–	6
		Предмети изборног блока 4 (од 2 предмета студент бира 1)									
24.	ОР0021	Рачуноводство	5	СА	И	3	3	0		–	6
	ОР0022	Спољнотрговинско пословање	5	СА	И	3	3	0		–	6
	ПМ20	Одрживи развој	5	С	И	3	3	0		–	6
25.	ОР0014	Управљање ресурсима	6	С	О	3	2	0		–	6
26.	ОС0032	Управљање пројектима	6	С	О	3	2	0		–	6
		Предмети изборног блока 5 (од 2 предмета студент бира 1)									
27.	ОР0023	Стратегија инвестиција	6	С	И	3	3	0		–	6
	ОР0042	Управљање квалитетом	6	С	И	3	3	0		–	6
		Предмети изборног блока 5 (од 2 предмета студент бира 1)									
28.	ОР0011	Порески систем и кредитирање МСП	6	СА	И	2	2	0		–	6
	ОР0027	Производни менаџмент	6	СА	И	2	2	0		–	6
29.	ОР0015	Стручна пракса	6	СА	О	–	–	–		6	3
30.	ОР0031	Завршни рад	6	СА	О	–	–	–		2	5
31.	ОР0032	Предмет завршног рада	6	СА	О	–	–	–	2		4
Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/ остали часови) и бодови на години						22	19	0	2	8	60
Укупно часова активне наставе на години						43					
Укупно часова активне наставе, остали часови и бодова за све године студија						128				8	180





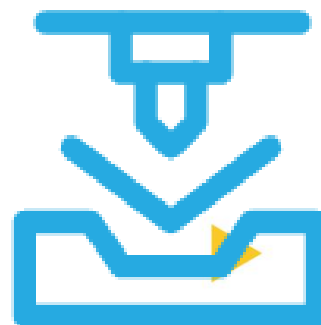
МАШИНСКО ИНЖЕЊЕРСТВО

МОДУЛ ПМ: ПРОИЗВОДНО МАШИНСТВО

Сврха студијског програма

Студијски програм Машинско инжењерство модул Производно машинство је конципиран тако да обезбеђује високо компетентне кадрове који стичу знања, способност и вештине из области машинског инжењерства који су спремни да активно учествују у развоју машинске гране у региону.

ЗВАЊЕ:
СТРУКОВНИ ИНЖЕЊЕР МАШИНСТВА
ПРИЈЕМНИ ИСПИТ:
МАТЕМАТИКА



Компетенције студената

- ✓ Разумевање проблема у области машинског инжењерства
- ✓ Примена стечених теоријских знања у решавању практичних проблема у области машинског инжењерства
- ✓ Праћење савремених технологија и унапређење стечених знања
- ✓ Разумевање професионалне и етичке одговорности струковног инжењера машинства
- ✓ Коришћење савремених софтверских алата и инжењерског приступа решавању проблема





СТРУКТУРА СТУДИЈСКОГ ПРОГРАМА МАШИНСКО ИНЖЕЊЕРСТВО МОДУЛ ПМ

Год.	Р.б.	Шиф. пред.	Назив предмета	Сем.	Тип	Статус	Акт. настава				Ост.	ЕСПБ
							П	В	ДОН	СТИР/ИР		
ПРВА	1.	ОС0001	Математика	1	АО	О	2	2	0	0	0	6
	2.	ОС0039	Физика 1	1	АО	О	3	1	1	0	0	7
	3.	ОС0002	Примена рачунара	1	АО	О	3	0	2	0	0	6
	4.	ОМ1001	Механика 1	1	С	О	2	2	0	0	0	6
	5.	ОМ1002	Енглески језик за инжењере	1	АО	О	2	2	0	0	0	4
	6.	ОМ1003	Машински материјали	2	С	О	2	2	0	0	0	6
	7.	ОМ1004	Отпорност материјала	2	С	О	2	2	0	0	0	6
	8.	ОМ1005	2Д моделирање	2	С	О	2	0	2	0	0	6
	9.	ОС0043	Физика 2	2	АО	О	3	1	1	0	0	7
	10.	ОР0041	Менаџмент	2	С	О	3	2	0	0	0	6
	Укупно часова предавања/вежбе+ДОН/остали часови и бодови на години						24	14	6	0	0	60
	Укупно часова активне наставе на години						44					
ДРУГА	11.	ОМ1006	Машински елементи 1	3	С	О	2	2	0	0	0	6
	12.	ОМ1007	Механика 2	3	СА	О	2	2	0	0	0	6
	13.	ОМ1008	Обрада резањем	3	СА	О	2	2	0	0	0	6
	14.	ОМ1009	Алати и методе квалитета	3	С	О	2	2	0	0	0	6
	15.	ОЕР002	Ефективни менаџмент	3	С	О	2	2	0	0	0	6
	16.	ОМ1010	Машински елементи 2	4	СА	О	2	2	0	0	0	6
	17.	ОМ1011	ЦНЦ технологије	4	СА	О	2	2	0	0	0	6
	18.	ОМ1012	3Д моделирање	4	СА	О	2	0	2	0	0	6
	Предмети изборног блока 1 (од 2 предмета студент бира 1)											
	19.	ОМ1013	Основи конструисања	4	СА	И	2	2	0	0	0	6
		ОМ1014	Технологије спајања делова	4	СА	И	2	2	0	0	0	6
	Предмети изборног блока 2 (од 2 предмета студент бира 1)											
	20.	ОТН003	Циркуларна економија	4	С	И	2	2	0	0	0	6
		ОР0003	Пословне комуникације	4	С	И	3	2	0	0	0	6
	Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/ остали часови) и бодови на години						20 (21)	18	2	0	0	60
	Укупно часова активне наставе на години						40 (41)					
ТРЕЋА	21.	ОМ1015	Неконвенционалне методе обраде	5	СА	О	2	2	0	0	0	6
	22.	ОМ1020	Обрада пластичним деформисањем	5	СА	О	2	2	0	0	0	6
	23.	ОМ1017	Адитивне технологије	5	СА	О	3	0	3	0	0	6
	Предмети изборног блока 3 (од 2 предмета студент бира 1)											
	24.	ОМ1018	Механизми и машине	5	СА	И	2	2	0	0	0	6
		ОМ1019	Трибологија и подмазивање	5	СА	И	2	2	0	0	0	6
	Предмети изборног блока 4 (од 2 предмета студент бира 1)											
	25.	ОЕК002	Управљање отпадом	5	С	И	2	1	0	0	0	6
		ОН0026	Мониторинг у животној средини	5	С	И	2	2	0	0	0	6
	26.	ОЕР005	Производни инжењеринг	6	С	О	2	2	0	0	0	6
	27.	ОМ1016	Хидраулични и пнеуматски системи управљања	6	СА	О	3	2	0	0	0	6
	Предмети изборног блока 5 (од 2 предмета студент бира 1)											
	28.	ОМ1021	Интелигентни системи	6	СА	И	2	2	0	0	0	6
		ОМ1022	Припрема производње	6	СА	И	2	2	0	0	0	6
	Предмети изборног блока 6 (од 2 предмета студент бира 1)											
	29.	ОР0042	Управљање квалитетом	6	С	И	3	3	0	0	0	6
		ОС0032	Управљање пројектима	6	С	И	3	2	0	0	0	6
	30.	ОМ1100	Стручна пракса	6	СА	О	0	0	0	0	6	3
	31.	ОМ1101	Предмет завршног рада	6	СА	О	0	0	0	2	0	1
	32.	ОМ1102	Завршни рад	6	СА	О	0	0	0	0	2	2
	Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/ остали часови) и бодови на години						21	15 (17)	3	2	8	60
	Укупно часова активне наставе на години						41 (43)				8	
	Укупно часова наставе						49 (51)					
	Укупно часова активне наставе, остали часови и бодова за све године студија						125 (128)					180





МАШИНСКО ИНЖЕЊЕРСТВО

МОДУЛ МПД: МЕХАНИЧКА ПРЕРАДА ДРВЕТА

Сврха студијског програма

Студијски програм Машинско инжењерство модул Механичка прерада дрвета је конципиран тако да обезбеђује високо компетентне кадрове за обављање послова у привредним субјектима и другим организацијама из области дрвне индустрије у реалним привредним условима уз коришћење модерне информационе технологије.

ЗНАЊЕ:
СТРУКОВНИ ИНЖЕЊЕР МАШИНСТВА
ПРИЈЕМНИ ИСПИТ:
МАТЕМАТИКА



Компетенције студената

- ✓ Разумевање проблема у области механичке прераде дрвета
- ✓ Примена стечених теоријских знања у решавању практичних проблема у области механичке прераде дрвета
- ✓ Познавање материјала, машина, алата, веза и спојева у разradi конструкције финалних производа
- ✓ Израда техничких цртежа финалног производа од дрвета у 2Д и 3Д апликативном програму
- ✓ Коришћење савремених софтвера при конструисању делова производа од дрвета





СТРУКТУРА СТУДИЈСКОГ ПРОГРАМА МАШИНСКО ИНЖЕЊЕРСТВО МОДУЛ МПД

Година	Р.б.	Шиф.пред.	Назив предмета	Сем.	Тип предмета	Статус предмета	Фонд часова				Остало	ЕСПБ
							П	В	ДОН	СТИР/ИР		
ПРВА	1.	ОС0001	Математика	1	АО	О	2	2	0	0	0	6
	2.	ОС0039	Физика 1	1	АО	О	3	1	1	0	0	7
	3.	ОС0002	Примена рачунара	1	АО	О	3	0	2	0	0	6
	4.	ОМ1001	Механика 1	1	С	О	2	2	0	0	0	6
	5.	ОМ1002	Енглески језик за инжењере	1	АО	О	2	2	0	0	0	4
	6.	ОМ1003	Машински материјали	2	С	О	2	2	0	0	0	6
	7.	ОМ1004	Отпорност материјала	2	С	О	2	2	0	0	0	6
	8.	ОМ1005	2Д моделирање	2	С	О	2	0	2	0	0	6
	9.	ОС0043	Физика 2	2	АО	О	3	1	1	0	0	7
	10.	ОР0041	Менаџмент	2	С	О	3	2	0	0	0	6
	Укупно часова предавања/вежбе+ДОН/остали часови) и бодови на години						24	14	6	0	0	60
	Укупно часова активне наставе на години						44				0	
ДРУГА	11.	ОМ1006	Машински елементи 1	3	С	О	2	2	0	0	0	6
	12.	ОМ1007	Механика 2	3	СА	О	2	2	0	0	0	6
	13.	ОМ1008	Обрада резањем	3	СА	О	2	2	0	0	0	6
	14.	ОМ1009	Алати и методе квалитета	3	С	О	2	2	0	0	0	6
	15.	ОМ1023	Анатомија дрвета	3	СА	О	2	2	0	0	0	6
	16.	ОМ1024	Својства дрвета	4	СА	О	2	2	0	0	0	6
	17.	ОМ1025	Хемија са познавањем помоћних материјала	4	С	О	2	2	0	0	0	6
	18.	ОМ1011	CNC технологије	4	СА	О	2	2	0	0	0	6
	19.	ОМ1026	Машине и алати за обраду дрвета	4	СА	О	2	1	1	0	0	6
	Предмети изборног блока 1 (од 2 предмета студент бира 1)											
	20.	ОМ1022	Припрема производе	4	СА	И	2	2	0	0	0	6
		ОМ1012	3D моделирање	4	СА	И	2	0	2	0	0	6
	Укупно часова предавања/вежбе+ДОН/остали часови) и бодови на години						20	12 (17)	1 (3)	0	0	60
	Укупно часова активне наставе на години						40				0	
	21.	ОМ1027	Дрвне конструкције	5	СА	О	2	2	0	0	0	6
	22.	ОМ1028	Примарна прерада дрвета	5	СА	О	3	1	1	0	0	6
	Предмети изборног блока 2 (од 2 предмета студент бира 1)											
	23.	ОМ1029	Заштита дрвета	5	СА	И	2	2	0	0	0	6
		ОМ1030	Хидротермичка обрада дрвета	5	СА	И	2	2	0	0	0	6
	Предмети изборног блока 3 (од 2 предмета студент бира 1)											
	24.	ОН0026	Мониторинг у животној средини	5	С	И	2	2	0	0	0	6
		ОЕК002	Управљање отпадом	5	С	И	2	1	0	0	0	6
	Предмети изборног блока 4 (од 2 предмета студент бира 1)											
	25.	ОЕР002	Ефективни менаџмент	5	С	И	2	2	0	0	0	6
		ОМ1017	Адитивне технологије	5	С	И	3	0	3	0	0	6
	26.	ОМ1031	Финална обрада дрвета	6	СА	О	3	1	1	0	0	6
	26.	ОМ1032	Површинска обрада дрвета	6	СА	О	2	1	1	0	0	6
	Предмети изборног блока 5 (од 2 предмета студент бира 1)											
	28.	ОТН003	Циркуларна економија	6	С	И	2	2	0	0	0	6
		ОР0003	Пословне комуникације	6	С	И	3	2	0	0	0	6
	Предмети изборног блока 6 (од 2 предмета студент бира 1)											
	29.	ОР0042	Управљање квалитетом	6	С	И	3	3	0	0	0	6
		ОС0032	Управљање пројектима	6	С	И	3	2	0	0	0	6
	30.	ОМ1200	Стручна пракса	6	СА	О	0	0	0	0	6	3
	30.	ОМ1201	Предмет завршног рада	6	СА	О	0	0	0	2	0	1
	31.	ОМ1202	Завршни рад	6	СА	О	0	0	0	0	2	2
	Укупно часова предавања/вежбе+ДОН/остали часови) и бодови на години						21 (23)	14	3 (6)	2	8	60
Укупно часова активне наставе на години						40 (45)				8		
Укупно часова наставе						48 (53)						
Укупно часова активне наставе, остали часови и бодова за све године студија						124 (129)					180	





СТРУКТУРА СТУДИЈСКОГ ПРОГРАМА ТЕХНОЛОГИЈА ХРАНЕ СА НУТРИЦИОНИЗМОМ

Год.	Р.б.	Шиф. пред.	Назив предмета	Сем.	Тип	Статус	Акт. настава				Ост.	ЕСПБ
							П	В	ДОН	СТИР/ИР		
ПРВА	1.	ОС0001	Математика	1	АО	О	2	2	0	0	0	6
	2.	ОС0039	Физика 1	1	АО	О	3	1	1	0	0	7
	3.	ОС0002	Примена рачунара	1	АО	О	3	0	2	0	0	6
	4.	ОМ1001	Механика 1	1	С	О	2	2	0	0	0	6
	5.	ОМ1002	Енглески језик за инжењере	1	АО	О	2	2	0	0	0	4
	6.	ОМ1003	Машински материјали	2	С	О	2	2	0	0	0	6
	7.	ОМ1004	Отпорност материјала	2	С	О	2	2	0	0	0	6
	8.	ОМ1005	2Д моделирање	2	С	О	2	0	2	0	0	6
	9.	ОС0043	Физика 2	2	АО	О	3	1	1	0	0	7
	10.	ОР0041	Менаџмент	2	С	О	3	2	0	0	0	6
	Укупно часова предавања/вежбе+ДОН/остали часови) и бодови на години						24	14	6	0	0	60
	Укупно часова активне наставе на години						44					
ДРУГА	11.	ОМ1006	Машински елементи 1	3	С	О	2	2	0	0	0	6
	12.	ОМ1007	Механика 2	3	СА	О	2	2	0	0	0	6
	13.	ОМ1008	Обрада резањем	3	СА	О	2	2	0	0	0	6
	14.	ОМ1009	Алати и методе квалитета	3	С	О	2	2	0	0	0	6
	15.	ОЕР002	Ефективни менаџмент	3	С	О	2	2	0	0	0	6
	16.	ОМ1010	Машински елементи 2	4	СА	О	2	2	0	0	0	6
	17.	ОМ1011	ЦНЦ технологије	4	СА	О	2	2	0	0	0	6
	18.	ОМ1012	3Д моделирање	4	СА	О	2	0	2	0	0	6
	Предмети изборног блока 1 (од 2 предмета студент бира 1)											
	19.	ОМ1013	Основи конструисања	4	СА	И	2	2	0	0	0	6
		ОМ1014	Технологије спајања делова	4	СА	И	2	2	0	0	0	6
	Предмети изборног блока 2 (од 2 предмета студент бира 1)											
	20.	ОТН003	Циркуларна економија	4	С	И	2	2	0	0	0	6
		ОР0003	Пословне комуникације	4	С	И	3	2	0	0	0	6
	Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/ остали часови) и бодови на години						20 (21)	18	2	0	0	60
	Укупно часова активне наставе на години						40 (41)					
ТРЕЋА	21.	ОМ1015	Неконвенционалне методе обраде	5	СА	О	2	2	0	0	0	6
	22.	ОМ1020	Обрада пластичним деформисањем	5	СА	О	2	2	0	0	0	6
	23.	ОМ1017	Адитивне технологије	5	СА	О	3	0	3	0	0	6
	Предмети изборног блока 3 (од 2 предмета студент бира 1)											
	24.	ОМ1018	Механизми и машине	5	СА	И	2	2	0	0	0	6
		ОМ1019	Трибологија и подмазивање	5	СА	И	2	2	0	0	0	6
	Предмети изборног блока 4 (од 2 предмета студент бира 1)											
	25.	ОЕК002	Управљање отпадом	5	С	И	2	1	0	0	0	6
		ОН0026	Мониторинг у животној средини	5	С	И	2	2	0	0	0	6
	26.	ОЕР005	Производни инжењеринг	6	С	О	2	2	0	0	0	6
	27.	ОМ1016	Хидраулични и пнеуматски системи управљања	6	СА	О	3	2	0	0	0	6
	Предмети изборног блока 5 (од 2 предмета студент бира 1)											
	28.	ОМ1021	Интелигентни системи	6	СА	И	2	2	0	0	0	6
		ОМ1022	Припрема производње	6	СА	И	2	2	0	0	0	6
	Предмети изборног блока 6 (од 2 предмета студент бира 1)											
	29.	ОР0042	Управљање квалитетом	6	С	И	3	3	0	0	0	6
		ОС0032	Управљање пројектима	6	С	И	3	2	0	0	0	6
	30.	ОМ1100	Стручна пракса	6	СА	О	0	0	0	0	6	3
	31.	ОМ1101	Предмет завршног рада	6	СА	О	0	0	0	2	0	1
	32.	ОМ1102	Завршни рад	6	СА	О	0	0	0	0	2	2
	Укупно часова (предавања/вежбе + ДОН/ остали часови) и бодови на години						21	15 (17)	3	2	8	60
	Укупно часова активне наставе на години						41 (43)				8	
	Укупно часова наставе						49 (51)					
	Укупно часова активне наставе, остали часови и бодова за све године студија						125 (128)					180





СПЕЦИЈАЛИСТИЧКЕ СТУКОВНЕ СТУДИЈЕ

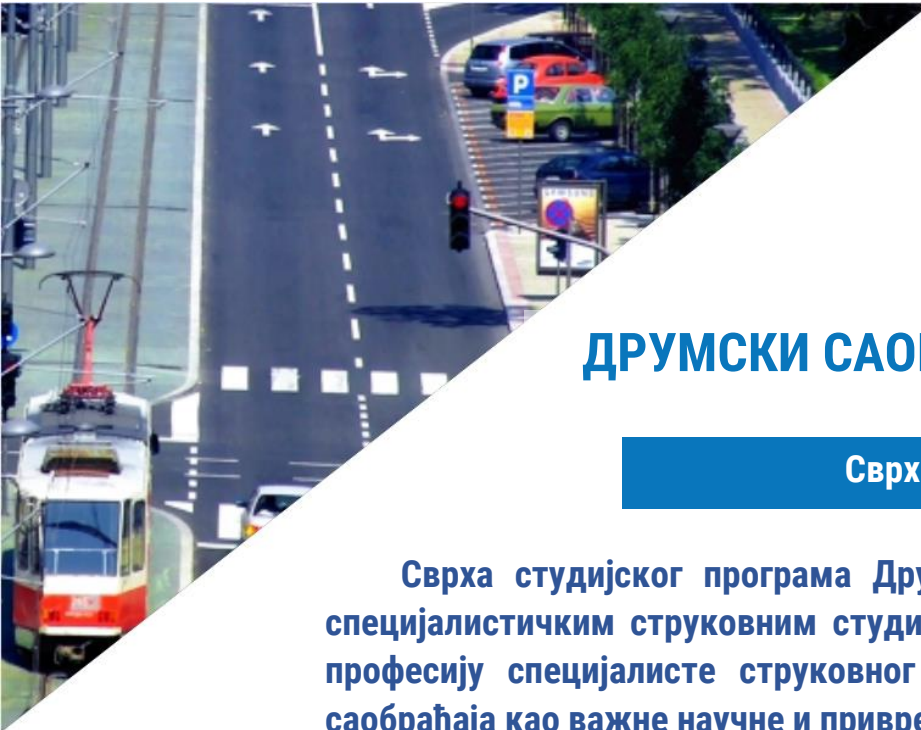
После стицања дипломе на основним студијама у трајању од 3 године и са остварених 180 ЕСПБ бодова, студенти могу да наставе студирање на специјалистичким програмима у трајању од ЈЕДНЕ године. На тај начин студенти остварују још 60 ЕСПБ бодова, чиме укупно стичу 240 ЕСПБ бодова.

Важан сегмент специјалистичких струковних студија које се изводе на Одсеку Врање је стручна пракса која се изводи у партнерству са приватним и јавним сектором. Стручна пракса представља основу за израду специјалистичког завршног рада.

На Одсеку Врање се реализују два специјалистичка студијска програма:

- ✓ ДРУМСКИ САОБРАЋАЈ И ТРАНСПОРТ
- ✓ ИНЖЕЊЕРСКИ МЕНАЏМЕНТ





ДРУМСКИ САОБРАЋАЈ И ТРАНСПОРТ

Сврха студијског програма

Сврха студијског програма Друмски саобраћај и транспорт на специјалистичким струковним студијама је образовање студената за професију специјалисте струковног инжењера у области друмског саобраћаја као важне научне и привредне гране са великим утицајем на економску и друштвену сферу у свакој држави.

ЗВАЊЕ:

**СПЕЦИЈАЛИСТА СТРУКОВНИ
ИНЖЕЊЕР САОБРАЋАЈА**

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ:

ТЕСТ ОПШТЕ ИНФОРМИСАНОСТИ



Компетенције студената

- ✓ Анализа и формулација нивоа безбедности саобраћаја на микро и макро локацији
- ✓ Вештачење саобраћајних незгода
- ✓ Одређивање и организација оптималног транспортног процеса, којим ће се обезбедити успешно функционисање превоза робе и путника
- ✓ Примена концепта одрживог развоја у саобраћају
- ✓ Одређивање простора, праваца и стратегије планирања и оптимизације саобраћајних логистичких система
- ✓ Планирање развојне и пословне политике саобраћајног предузећа





СТРУКТУРА СТУДИЈСКОГ ПРОГРАМА ДРУМСКИ САОБРАЋАЈ И ТРАНСПОРТ

Р.б.	Шиф. пред.	Назив предмета	Сем.	Тип предмета	Статус предмета	Акт. настава				Остали часови	ЕСПБ
						П	В	ДОН	СТИР/ИР		
		ПРВА ГОДИНА									
1.	ССИ01	Савремена транспортна средства у друмском саобраћају	1	СА	О	3	2	0	0	–	6
2.	ССИ02	Методе и анализе у безбедности саобраћаја	1	СА	О	3	3	0	0	–	7
3.	ССИ19	Оспособљавање кандидата за возаче	1	АО	О	3	2	0	0	–	6
4.		Предмети изборног блока 1 (од 3 предмета студент бира 1)									
	ССИ05	Саобраћај као извор загађивања животне средине	1	СС	И	2	2	0	0	–	6
	ССИ06	Одрживи развој у саобраћају	1	СС	И	2	2	0	0	–	6
	ССИ17	Технички енглески језик	1	СС	И	2	2	0	0	–	6
5.	ССИ03	Интелигентни системи у саобраћају	2	СА	О	3	2	0	0	–	6
6.	ССИ08	Експертизе у друмском саобраћају	2	СА	О	3	2	0	0	–	6
7.	ССИ14	Динамика моторних возила	2	СА	О	3	2	0	0	–	6
8.		Предмети изборног блока 2 (од 3 предмета студент бира 1)									
	ИМ10	Технологија друмског саобраћаја	2	СА	И	2	2	0	0	–	6
	ИМ12	Логистика у саобраћају	2	СС	И	2	2	0	0	–	6
	ИМ17	Менаџмент у саобраћају	2	СС	И	2	2	0	0	–	6
	ССИ12	Стручна пракса	2	СА	О	0	0	0	0	6	3
9.	ИМ18	Стручно–истраживачки рад	2	СА	О	0	0	0	3	–	4
10.	ИМ14	Завршни рад	2	СА	О	0	0	0	0	6	4
Укупно часова (предавања/вежбе/ДОН/СТИР/ИР остали часови) и бодови на години						22	17	0	3	12	60
Укупно часова активне наставе						630				180	





ИНЖЕЊЕРСКИ МЕНАЏМЕНТ

Сврха студијског програма

Сврха студијског програма Инжењерски менаџмент на специјалистичким струковним студијама је образовање студената за професију специјалисте струковног инжењера у области индустријског инжењерства и инжењерског менаџмента као важне научне и привредне гране са огромним утицајем на економску и друштвену сферу у свакој земљи.

ЗВАЊЕ:

СПЕЦИЈАЛИСТА СТРУКОВНИ
ИНЖЕЊЕР МЕНАЏМЕНТА

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ:

ТЕСТ ОПШТЕ ИНФОРМИСАНОСТИ



Компетенције студената

- ✓ Анализа, синтеза и предвиђање решења и последица у области индустријског инжењерства
- ✓ Праћење развоја технологије, унапређивање знања и коришћење инжењерског приступа и савремених софтверских алата
- ✓ Спровођење инжењерских и статистичких метода контроле квалитета у циљу побољшања квалитета производа и услуга
- ✓ Спровођење активности процеса реинжењеринга при пословању у привредном друштву
- ✓ Анализирања и генерализовања у процесу доношења одлука на релацији економија – друштво – техника – екологија



СТРУКТУРА СТУДИЈСКОГ ПРОГРАМА ИНЖЕЊЕРСКИ МЕНАЏМЕНТ

Р.б.	Шиф. пред.	Назив предмета	Сем.	Тип предмета	Статус предмета	Акт. настава				Остали часови	ЕСПБ
						П	В	ДОН	СТИР/ИР		
	ПРВА ГОДИНА										
1.	ИМ01	Моделирање техничких система	1	СА	О	3	2	0	0	—	6
2.	ИМ02	Реинжењеринг	1	СА	О	3	2	0	0	—	6
3.	ИМ15	Системи заштите животне средине	1	АО	О	3	2	0	0	—	6
4.	ИМ13	Стручна пракса	1	СА	О	0	0	0	0	6	2
		Предмети изборног блока 1 (од 2 предмета студент бира 1)									
5.	ССИ16	Информационе технологије	1	СА	И	3	2	0	0	—	6
6.	ИМ06	Веб технологије	1	СА	И	3	2	0	0	—	6
7.	ИМ04	Индустријски менаџмент	2	СА	О	3	2	0	0	—	6
8.	ИМ09	Побољшање квалитета производа и услуга	2	СА	О	3	2	0	0	—	6
9.	ИМ16	Процена ризика	2	СА	О	3	2	0	0	—	6
		Предмети изборног блока 2 (од 3 предмета студент бира 1)									
10.	ИМ10	Оперативни менаџмент	2	СС	И	2	2	0	0	—	6
11.	ИМ12	Кризни менаџмент	2	СС	И	2	2	0	0	—	6
12.	ИМ17	Иновације у развоју производа	2	СС	И	2	2	0	0	—	6
13.	ИМ18	Стручно–истраживачки рад	2	СА	О	0	0	0	3	—	5
14.	ИМ14	Завршни рад	2	СА	О	0	0	0	0	6	5
Укупно часова (предавања/вежбе/ДОН/СТИР/ИР остали часови) и бодови на години						23	16	3	3	12	60
Укупно часова активне наставе						630				180	





МАСТЕР СТРУКОВНЕ СТУДИЈЕ

Након завршених основних струковних студија у трајању од три године и са остварених 180 ЕСПБ бодова, студенти могу да наставе студирање на мастер програмима у трајању од две године. На тај начин стичу диплому другог степена високог образовања, са остварених 120 ЕСПБ бодова, што је са основним студијама укупно 300 ЕСПБ бодова.

Програми који су акредитовани на мастер струковним студијама, настали су у сарадњи са релевантним партнерима из привреде и јавног сектора.

На Одсеку Врање се реализују два мастер студијска програма:

- ✓ МЕЂУНАРОДНА ЕКОНОМИЈА И ПРЕДУЗЕТНИШТВО
- ✓ ЗАШТИТА ЖИВОТНЕ СРЕДИНЕ у поступку акредитације





МЕЂУНАРОДНА ЕКОНОМИЈА И ПРЕДУЗЕТНИШТВО

Сврха студијског програма

Сврха студијског програма Међународна економија и предузетништво на мастер струковним студијама је образовање студената у области међународне економије и предузетништва, а у складу са глобалним тенденцијама у променљивом савременом окружењу.

ЗНАЊЕ:
СТРУКОВНИ МАСТЕР ЕКОНОМИСТА

НЕМА ПРИЈЕМНОГ ИСПИТА



Компетенције студената

- ✓ Доношење одлука и контрола активности пословних организација и институција на међународном нивоу
- ✓ Овладавање практичним вештинама и знањима из области међународне економије и предузетништва и упознавање са савременим методама и њиховом применом у пракси
- ✓ Развој и примена знања из области међународне економије и предузетништва у непосредној привредној пракси
- ✓ Прикупљање квантитативних и квалитативних података неопходних за доношење стратешких одлука



СТРУКТУРА СТУДИЈСКОГ ПРОГРАМА МЕЂУНАРОДНА ЕКОНОМИЈА И ПРЕДУЗЕТНИШТВО

Р.б.	Шифра предмета	Назив предмета	Сем.	Тип пред.	Статус предмета	Активна настава				Остали часови	ЕСПБ
						П	В	ДОН	СИР		
ПРВА ГОДИНА											
1.	МТИ01	Методологија научно – истраживачког рада	1	ОО	О	3	3	0	–	–	8
2.	МЕП01	Глобализација и транзиција	1	СА	О	3	3	0	–	–	10
3.	МЕП02	Пословна стратегија	1	СА	О	3	3	0	–	–	10
4.	МЕП03	Међународно предузетништво	1	СА	О	4	4	0	–	–	10
		Предмети изборног блока 2 (од 2 предмета студент бира 1)									
5.	МЕП04	Економски раст и развој	2	СА	И	4	4	0	–	–	10
	МЕП05	Међународне финансије	2	СА	И	4	4	0	–	–	10
		Предмети изборног блока 1 (од 2 предмета студент бира 1)									
6.	МТИ05	Индустријска екологија	2	С	И	3	3	0	–	–	9
	МТИ06	Савремене методе за мониторинг стања животне средине	2	С	И	3	3	0	–	–	9
7.	МЕП06	Стручна пракса 1	2	СА	О	–	–	–	–	6	3
Укупно часова (предавања+вежбе,ДОН,СИР,остали часови) и бодови на години						20	20	0	0	6	60
Укупно часова активне наставе на години						600				90	
ДРУГА ГОДИНА											
8.	МЕП07	Међународна економија	3	СА	О	4	4	0	–	–	10
9.	МТИ09	Пословни енглески језик 1	3	ОО	О	3	3	0	–	–	6
		Предмети изборног блока 3 (од 2 предмета студент бира 1)									
10.	МТИ03	Процена ризика по здравље људи и животну средину	3	С	И	3	3	0	–	–	9
	МТИ04	Управљање системима заштите животне средине	3	С	И	3	3	0	–	–	9
11.	МЕП08	Примењени истраживачки рад	3	СА	О	–	–	–	10	–	2
12.	МЕП09	Интернационални франшизинг	4	СА	О	4	4	0	–	–	10
13.	МТИ15	Пословни енглески језик 2	4	С	О	3	3	0	–	-	6
		Предмети изборног блока 4 (од 2 предмета студент бира 1)									
14.	ММИ02	Моделирање инжењерско-техничких система	4	С	И	3	3	0	–	–	8
	ММИ03	Реинжењеринг	4	С	И	3	3	0	–	–	8
15.	МЕП10	Стручна пракса 2	4	СА	О	–	–	–	–	6	3
16.	МЕП11	Мастер рад	4	СА	О	–	–	–	–	10	6
Укупно часова (предавања+вежбе, ДОН, СИР, остали часови) и бодови на години						20	20	0	10	16	60
Укупно часова активне наставе на години						750				240	
Укупно часова активне наставе, остали часови и бодова за све године студија						1350				330	120





ЗАШТИТА ЖИВОТНЕ СРЕДИНЕ

Сврха студијског програма

Сврха студијског програма Заштита животне средине је да се на квалитетан и савремен начин, кроз теоријску и практичну наставу образују струковни мастер инжењери заштите животне средине. У том смислу, студијски програм је конципиран на начин да студенти стекну знања и вештине које им омогућавају темељно познавање и разумевање система животне средине, односно образовању стручног кадра који ће бити у стању да успешно обавља инжењерске послове у јавним и приватним компанијама које се баве заштитом и контролом квалитета воде, ваздуха и земљишта, заштитом и унапређењем биодиверзитета као и управљање отпадом.

ЗВАЊЕ:

**СТРУКОВНИ МАСТЕР ИНЖЕЊЕР
ЗАШТИТЕ ЖИВОТНЕ СРЕДИНЕ**
НЕМА ПРИЈЕМНОГ ИСПИТА



Компетенције студената

- ✓ идентификација и анализа загађујућих материја у животној средини;
- ✓ развој и примена одрживих решења у области заштите животне средине;
- ✓ примена савремених технологија за праћење и анализу загађујућих материја у води, ваздуху и земљишту и промена у земљишном покривачу и биодиверзитету;
- ✓ примена законске регулативе на националном и међународном нивоу у области заштите животне средине;
- ✓ стицање знања о могућности предвиђања нивоа загађујућих материја у води, ваздуху и земљишту;
- ✓ проучавање проблема и процеса управљања отпадом;
- ✓ стицање знања о важности очувања и унапређења стања биодиверзитета;
- ✓ упознавање студената са аспектима биотехнологије значајним за процесе контроле и спречавања загађења и за процесе ремедијације земљишта, воде и ваздуха;
- ✓ стицање знања о односу између привреде и животне средине, економским политикама за управљање природним ресурсима





ЛАБОРАТОРИЈЕ

Хемијска лабораторија



У хемијској лабораторији изводе се вежбе практичног дела наставе из области Хемије, Заштите животне средине, Биологије, Биохемије, Технологије хране и пића и сл. Лабораторијска истраживања се спроводе коришћењем савремене опреме за квалитативну и квантитативну хемијску анализу кондуктометарима, спектрометарима, и гасним анализаторима, и аналитичким и техничким вагама, дејонизаторима воде, рН-метрима и сл.

Микробиолошка лабораторија

Микробиолошка лабораторија располаже савременом опремом, прибором и материјалом за реализацију практичног дела наставе из области микробиологије.

Радам у овој лабораторији студенти се оспособљавају за рад у савременим погонима за производњу и прераду хране, за микробиолошку контролу квалитета, упознају се са методама за изоловање микроорганизама из различитих делова животне средине.





Лабораторија за саобраћајно инжењерство

Лабораторија за саобраћајно инжењерство располаже великим бројем уређаја, разноврсном опремом и алатима који омогућавају студентима да кроз предмете Дијагностика моторних возила, Одржавање моторних возила, Моторна возила, Динамика моторних возила, спроведу практичне вежбе и изврше различита испитавања на возилу.



Рачунарска лабораторија

Рачунарска лабораторија располаже довољним бројем рачунара и омогућава примену најсавременијих метода у извођењу наставе и ангажовање студената у различитим областима, обезбеђујући примену дигиталних технологија и рачунарства. Лабораторија располаже савременим хардверским и софтверским компонентама задовољавајући стандарде у настави у високошколским образовним институцијама.



Лабораторија за машинско инжењерство

Лабораторија за машинско инжењерство је опремљена универзалним струговима, CNC глодалицом, машином за савијање цеви, пресом, апаратима за заваривање, уређајима за испитивање материјала затезањем и испитивање трења, и ручним алатима и другом савременом опремом.





САРАДЊА СА ПРИВРЕДОМ

Академија техничко-васпитачких струковних студија - Одсек Врање, већ деценијама сарађује са локалном привредом и прати привредни развој града и околине. Сарадња Одсека Врања и града огледа се у пројектима које Одсек Врање реализује на подручју града и околине уз активно учешће својих студената и запослених. Вишедеценијска сарадња са привредом града на изради пројеката пренела се и на активно учешће у међународним пројектима који су финансирани од стране Министарства.





МЕЂУНАРОДНИ ПРОЈЕКТИ

- ✓ **INTERREG - IPA CBC Bulgaria-Serbia пројекат: „To BOND entrepreneurial learning with primary and secondary schools and universities with the aim of curricula enhancement and entrepreneurial competences improvement for the purpose of facilitating employment of young people“, 2019. године, бр. пројекта CB007.1.21.159, 2019, са учешћем студената**
- ✓ **Erasmus+ K131 – Мобилност студената и наставног особља 2021-2023. године**
- ✓ **Erasmus+ K107 – Мобилност студената и наставног особља 2018-2019. године**
- ✓ **EU TEMPUS VI, AGRIVOC - „Reshaping of Agricultural Vocational Studies in the Western Balkans“, Project number: 530184, 2014**
- ✓ **TEMPUS пројекат ЕСВАС-517200, „Формирање капацитета за оснивање Академије струковних студија јужне Србије и Националне конференције високог струковног образовања“, 2011-2014**



- ✓ **Чланство Одсека Врање Академије у Међународном програму Eco-schools/Eco-faculties, (Еко-Школа „АТВСС-Одсек Врање“), 2015-сада**

- ✓ **Хакатон „Climathon Belgrade - ReMaking Tesla 2021“, 2021, са учешћем студената**

- ✓ **Хакатон „Climathon Belgrade 2022“, 2022-2023, са учешћем студената**

- ✓ **Хакатон „Climathon за mlade inovatore“ Ниш, 2021;**

- ✓ **Пројекат WWF Adria-Srbije: „На младима клима остаје“ (Climate Heroes: Youth Voices for Sustainable Living), 2021, са учешћем студената**

- ✓ **Пројекат WWF Adria-Srbije: „Да нам клима штима“ (Climate Pact for Impact), 2021**





ПРИЈЕМНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Програм пријемног испита

1. Природни, рационални, реални и комплексни бројеви. Операције са природним, рационалним и реалним бројевима.
2. Рационални алгебарски изрази. Полиноми и операције са њима. Операције са рационалним алгебарским изразима.
3. Линеарне једначине и неједначине. Линеарне једначине са једном непознатом. Линеарне функције. Систем линеарних једначина са више непознатих. Систем линеарних неједначина.
4. Степеновање, кореновање, логаритмовање. Корен, корена функција и операција са коренима. Логаритам, логаритамска функција и операције са логаритмима. Решавање експоненцијалних, ирационалних и логаритамских једначина и неједначина
5. Квадратне једначине и неједначине. Квадратна функција. Квадратна једначина са једном непознатом. Квадратна неједначина. Једначине које се свode на квадратне једначине. Систем квадратних једначина са две непознате.
6. Аритметички и геометријски низови. Формирање чланова, општи члан и збир првих n чланова низа.
7. Геометрија у равни и простору. Вектор. Операције са векторима. Примена вектора у геометрији. Питагорина теорема. Примена у решавању конструкције троугла, четвороугла, полигона и круга. Површина равних геометријских фигура. Површина и запремина призме, пирамиде, зарубљене пирамиде, ваљка, купе, зарубљене купе и лопте.
8. Тригонометрија. Тригонометријске функције. Тригонометријске трансформације. Графичко представљање тригонометријских функција. Тригонометријске једначине и неједначине. Синусна и косинусна теорема. Примена тригонометрије у решавању разних проблема из геометрије.
9. Аналитичка геометрија у равни. Аналитички облик тачке и праве у равни. Разни облици праве. круг. Елипса. Хипербола и парабола. Положај праве према конусном пресеку.

Литература:

Богославов Вене, „Збирка задатака из математике за други разред гимназије“, Научна књига, Београд, 2000.

Богославов Вене, „Збирка задатака из математике за трећи разред гимназије“, Научна књига, Београд, 2000.





Примери задатака са пријемног испита из математике

 АКАДЕМИЈА ТЕХНИЧКО-ВАСПИТАЧКИХ СТРУКОВНИХ СТУДИЈА	Молимо Вас да решења и одговоре читко испишете за сваки задатак.
	Желимо Вам успех !

I

1. Упростити израз:

$$\frac{a^{-x} + a^x - 1}{a^{-2x} + a^x} + \frac{a^{-x} - a^x}{a^{-x} + a^x + 2}.$$

2. Решити систем једначина:

$$\begin{aligned} \frac{x-a}{b} + \frac{y-b}{a} &= 1 \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} &= 1, \quad a, b \neq 0 \end{aligned}.$$

3. Одредити једначине заједничких тангенти параболе:

$$y^2 = 4x \text{ и } x^2 + 4y^2 = 8.$$

4. Израчунати вредност израза:

$$\left(81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \log_9 4} + 25^{\log_{125} 8} \right) \cdot 49^{\log_7 2}.$$

5. Збир прва три члана аритметичког низа је 36. Ако се други члан повећа за 2, а трећи за 11, низ постаје геометријски. Одредити прва три члана оба низа.



II

1. Упростити израз:

$$\left(\frac{2x}{x^2 + 2xy} + \frac{4y}{x^2 - 4y^2} - \frac{y}{xy - 2y^2} \right) : \left(1 - \frac{x^2 - 4y^2 - 2}{x^2 - 4y^2} \right), \quad x \neq 2y.$$

2. Решити једначину:

$$|3x - 4| = -x + 4.$$

3. Решити једначину:

$$\log 2 + \log(4^{x-2} + 9) = 1 + \log(2^{x-2} + 1).$$

4. У правилну четворострану једнакоивичну пирамиду уписана је лопта. Колико процената износи запремина лопте од запремине пирамиде?

5. Одредити једначине правих које пролазе кроз тачку $T(2, -5)$, а паралелне су са асимптотама хиперболе:

$$x^2 - 4y^2 = 4.$$



 АКАДЕМИЈА ТЕХНИЧКО-ВАСПИТАЧКИХ СТРУКОВНИХ СТУДИЈА	Молимо Вас да решења и одговоре читко испишете за сваки задатак.
	Желимо Вам успех !

III

1. Израчунати 20% од вредности израза:

$$\left(2^{-1} - 0,4\right) \left(0,5^{-4} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

2. Колико рационалних чланова има у развоју $\left(\sqrt[3]{2} + \sqrt[4]{3}\right)^{100}$?

3. Израчунати површину и запремину лопте описане око коцке ивице $a = 2\sqrt{3}$.

4. Израчунати вредност израза:

$$\frac{5\cos\alpha + 4}{10\sin\alpha - 1}, \text{ ако је } \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 1.$$

5. Наћи бар две тројке природних бројева, који у датом редоследу образују аритметички низ, а ако највећем од њих додамо број 4, тада ће образовати геометријски низ.



Молимо Вас да решења и одговоре читко испишете за сваки задатак.

Желимо Вам успех !

IV

1. Упростити вредност израза:

$$\left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x^3+1} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) \left(x - \frac{2x-1}{x+1} \right).$$

2. Решити неједначину:

$$|x^2 - 1| - 2x < 0.$$

3. Решити тригонометријску једначину:

$$\cos 2x \cos 3x = \cos 5x.$$

4. Из тачке А врх стуба се види под углом од 30° . Из тачке која је 10 метара ближа, врх стуба се види под углом од 45° . Колика је висина стуба?

5. Дат је скуп функција:

$$y = (p+1)x^2 + (3p+2)x - 3(p+1).$$

Одредити параметар p тако да график пролази кроз тачку $M(-2, -3)$, а затим скицирати график функције.



	Молимо Вас да решења и одговоре читко испишете за сваки задатак.
	Желимо Вам успех !

V

1. Упростити вредност израза:

$$\left(\frac{a^2 + b^2}{a} + b \right) : \left(\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \frac{a^3 - b^3}{a^2 + b^2} \right), \quad a, b \neq 0, \quad a \neq b.$$

2. Једначину:

$$(2x-3)^2 + (2x-5)^2 = 4(x-3)^2 + 30,$$

трансформисати у еквивалентну квадратну једначину и одредити решења.

3. Колики је збир свих решења једначине:

$$\cos x + 6 = 7 \cos 2x,$$

на интервалу $(0, 20)$, а $\cos x > 0$?

4. Одредити $\log_{35} 28$ ако је $\log_{14} 7 = a$, $\log_{14} 5 = b$.

5. Три броја чине аритметички низ, а њихов збир је 12. Ако се последњи повећа за вредност првог броја добија се геометријски низ. Који су то бројеви?



Молимо Вас да решења и одговоре читко испишете за сваки задатак.

Желимо Вам успех !

VI

1. Решити систем једначина:

$$\begin{cases} 3x^2 + 2xy + 2y^2 + 3x - 4y = 0 \\ 2x - y + 5 = 0 \end{cases}$$

2. Правоугаоник са страницом $a = 12\text{ cm}$ и дијагоналom $d = 13\text{ cm}$ ротира око краће странице. Израчунати површину и запремину насталог тела.

3. Решити тригонометријску једначину:

$$\sin^2 x + \cos x + 1 = 0$$

4. Израчунати вредност израза:

$$\frac{(\log_{\sqrt[3]{27}} 3 + \log_{\sqrt[4]{5}} 25)(\log_{\sqrt{81}} 9 - \log_{\sqrt[3]{6}} 4)}{3 + 5^{\frac{1}{\log_{16} 25}} \cdot 5^{\log_5 3}}$$

5. Три броја су узастопни чланови геометријске прогресије, њихов збир је 42, а производ средњег члана са збиром крајњих чланова износи 360. Који су то бројеви?



Молимо Вас да решења и одговоре читко испишете за сваки задатак.

Желимо Вам успех !

VII

1. Реши систем једначина:

$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 - 3x - 2 = 0 \\ x + 2y - 2 = 0 \end{cases}$$

2. Израчунати:

а) $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ и

б) $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ ако је $\cos x = 0,8$; $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

3. Дужине бочних страница (кракова) трапеца су једнаке 3cm и 5cm . Познато је да се у траpez може уписати круг. Средња линија трапеца дели површину трапеца у односу $5/11$. Нађи дужине основица трапеца.

4. Из тачке $C(-5,7)$ ван круга $x^2 + y^2 + 8x - 9 = 0$ конструисане су тангенте на круг. Одредити једначине тангенти и угао под којим се дати круг види из дате тачке.

5. Аритметички и геометријски низ имају исти трећи члан, који износи 4. Производ првих чланова је 2, других 6. Који су то низови?



	Молимо Вас да решења и одговоре читко испишете за сваки задатак.
	Желимо Вам успех !

VIII

1. Израчунати:

$$2x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 + x_1 - 2005$$

ако су x_1 и x_2 решења једначине $x^2 + x - 2005 = 0$.

2. Основа праве призме је правоугли троугао ABC , $AC = 1 dm$. Прав угао је код темена C , док угао код темена A износи 60° . Угао између бочних дијагонала које полазе из тачке A је 30° . Израчунати запремину призме.

3. Одреди скуп решења једначине:

$$\log_7 \left(\frac{x+3}{21} \right) = \log_7 \left(\frac{2}{3x-6} \right).$$

4. Нађи сва решења једначине:

$$2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0.$$

5. Производ прва три члана геометријског низа је 216. Уколико се трећи члан смањи за 3 добијамо прва три члана једног аритметичког низа. Који су то бројеви?



Решења задатака

I

I – 1.

$$\begin{aligned} & \frac{a^{-x} + a^x - 1}{a^{-2x} + a^x} + \frac{a^{-x} - a^x}{a^{-x} + a^x + 2} = \\ & = \frac{\frac{1}{a^x} + a^x - 1}{\frac{1}{a^{2x}} + a^x} + \frac{\frac{1}{a^x} - a^x}{\frac{1}{a^x} + a^x + 2} = \frac{\frac{1 + a^x \cdot a^x - 1 \cdot a^x}{a^x}}{\frac{1 + a^x \cdot a^{2x}}{a^{2x}}} + \frac{\frac{1 - a^x \cdot a^x}{a^x}}{\frac{1 + a^x \cdot a^x + 2 \cdot a^x}{a^x}} = \frac{\frac{1 + a^{2x} - a^x}{a^x}}{\frac{1 + a^{3x}}{a^{2x}}} + \frac{\frac{1 - a^{2x}}{a^x}}{\frac{1 + a^{2x} + 2a^x}{a^x}} = \frac{\frac{1 + a^{2x} - a^x}{a^x}}{\frac{1^3 + (a^x)^3}{a^{2x}}} + \frac{\frac{1^2 - (a^x)^2}{a^x}}{\frac{1 + 2a^x + a^{2x}}{a^x}} = \\ & = \frac{\frac{1 - a^x + a^{2x}}{a^x}}{\frac{(1 + a^x)(1 - a^x + a^{2x})}{a^{2x}}} + \frac{(1 + a^x)(1 - a^x)}{1 + 2a^x + (a^x)^2} = \frac{a^{2x}}{a^x(1 + a^x)} + \frac{(1 + a^x)(1 - a^x)}{(1 + a^x)^2} = \\ & = \frac{a^{2x-x}}{1 + a^x} + \frac{1 - a^x}{1 + a^x} = \frac{a^x}{1 + a^x} + \frac{1 - a^x}{1 + a^x} = \frac{a^x + 1 - a^x}{1 + a^x} = \frac{1}{1 + a^x} \end{aligned}$$

I – 2.

$$\begin{aligned} & \frac{x-a}{b} + \frac{y-b}{a} = 1 \\ & \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, \quad ab \neq 0 \end{aligned}$$

Трансформацијом прве једначине добијамо еквивалентан систем:

$$\begin{aligned} & \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a}, \\ & \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1. \end{aligned}$$

Прву једначину помножимо са $\left(\frac{b}{a}\right)$:

$$\begin{aligned} & \frac{x}{b} \cdot \frac{b}{a} + \frac{y}{a} \cdot \frac{b}{a} = 1 \cdot \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} + \frac{b}{a} \cdot \frac{b}{a} \\ & \frac{x}{a} = 1 - \frac{y}{b} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} & \frac{x}{a} + \frac{yb}{a^2} = \frac{b}{a} + 1 + \frac{b^2}{a^2} \\ & \frac{x}{a} = 1 - \frac{y}{b} \end{aligned}$$





$$1 - \frac{y}{b} + \frac{yb}{a^2} = \frac{b}{a} + 1 + \frac{b^2}{a^2} \quad \Rightarrow \quad y \left(-\frac{1}{b} + \frac{b}{a^2} \right) = \frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\frac{x}{a} = 1 - \frac{y}{b} \quad \Rightarrow \quad x = a \left(1 - \frac{y}{b} \right)$$

$$y \frac{-a^2 + b^2}{a^2 b} = \frac{ab + b^2}{a^2} \quad / \times (-1) \quad \Rightarrow \quad y(a^2 - b^2) = -b(ab + b^2)$$

$$x = a \left(1 - \frac{y}{b} \right) \quad \Rightarrow \quad x = a \left(1 - \frac{y}{b} \right)$$

$$(a-b)(a+b)y = -b^2(a+b)$$

$$x = a \left(1 - \frac{y}{b} \right)$$

1⁰ Ако је $a-b \neq 0$ и $a+b \neq 0$, систем има јединствено решење: $y = -\frac{b^2}{a-b}$ и

$$x = a \left(1 - \frac{y}{b} \right) = a \left(1 - \frac{1}{b} \left(-\frac{b^2}{a-b} \right) \right) = a \left(1 + \frac{b}{a-b} \right) = a \cdot \frac{a-b+b}{a-b} = \frac{a^2}{a-b}.$$

2⁰ Ако је $a-b=0$, тада је $a+b \neq 0$ (због $ab \neq 0$), па је друга једначина еквивалентна са $0 \cdot y \neq 0$, па нема решења и систем није сагласан.

3⁰ Ако је $a+b=0$, тада је друга једначина еквивалентна са $0 \cdot y = 0$, која је задовољена за свако y . Решења система су парови: $\left(\frac{a}{b}(b-y), y \right)$.

I – 3. Једначине заједничких тангенти параболе и елипсе:

$$y^2 = 4x \text{ и } x^2 + 4y^2 = 8,$$

тражимо у облику $y = kx + n$.

Каноничка једначина параболе: $y^2 = 2px$.

$$y^2 = 4x \Rightarrow 2p = 4 \Rightarrow p = 2.$$

Услов да права $y = kx + n$ буде тангента параболе је $p = 2kn$.

$$p = 2kn \Rightarrow k = \frac{p}{2n}.$$

$$p = 2 \Rightarrow k = \frac{p}{2n} = \frac{2}{2n} = \frac{1}{n} \Rightarrow k = \frac{1}{n}$$





Каноничка једначина елипсе: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

$$x^2 + 4y^2 = 8 \Rightarrow \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \Rightarrow a^2 = 8, b^2 = 2.$$

Услов да права $y = kx + n$ буде тангента елипсе: $a^2k^2 + b^2 = n^2$.

Заменом $a^2 = 8, b^2 = 2$ у услов додира елипсе добија се:

$$a^2k^2 + b^2 = n^2 \Rightarrow 8k^2 + 2 = n^2.$$

Заменом $k = \frac{1}{n}$ у последњу једнакост следи:

$$\begin{aligned} 8\left(\frac{1}{n}\right)^2 + 2 &= n^2 \Rightarrow 8\frac{1}{n^2} + 2 = n^2 \Rightarrow n^4 - 2n^2 - 8 = 0 \\ n^2 &= t \Rightarrow t^2 - 2t - 8 = 0 \\ t_{1,2} &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2} = 1 \pm 3 \Rightarrow \\ t_1 &= 1 + 3 = 4 \quad \text{и} \quad t_2 = 1 - 3 = -2 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Решења биквадратне једначине $n^2 = 4$ су $n_{1,2} = \pm 2$.

Добија се да је:

$$\text{за } n_1 = 2, k_1 = \frac{1}{n_1} = \frac{1}{2}, \text{ и за}$$

$$n_2 = -2, k_2 = \frac{1}{n_2} = -\frac{1}{2}.$$

Једначине заједничких тангенти су:

$$y = k_1 x + n_1 = \frac{1}{2}x + 2$$

и:

$$y = k_2 x + n_2 = -\frac{1}{2}x - 2.$$

I – 4.

$$\begin{aligned} &\left(81^{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \log_9 4} + 25^{\log_{125} 8}\right) \cdot 49^{\log_7 2} = \\ &= \left(\frac{81^{\frac{1}{4}}}{81^{\frac{1}{4} \log_9 4}} + 25^{\log_5 2^3}\right) \cdot (7^2)^{\log_7 2} = \left(\frac{(3^4)^{\frac{1}{4}}}{(3^4)^{\frac{1}{4} \log_{3^2} 2^2}} + (5^2)^{\log_5 2}\right) \cdot (7^{\log_7 2})^2 = \\ &= \left(\frac{3}{3^{\log_3 2}} + (5^{\log_5 2})^2\right) \cdot 2^2 = \left(\frac{3}{2} + 2^2\right) \cdot 4 = 6 + 16 = 22. \end{aligned}$$





I – 5. Нека је a_1, a_2, a_3 аритметички низ.

Услов аритметичког низа:

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 \Rightarrow a_1 + a_3 = 2a_2.$$

Из услова задатка: $b_1 = a_1, b_2 = a_2 + 2, b_3 = a_3 + 11$ – геометријски низ.

Услов геометријског низа:

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} \Rightarrow \frac{a_2 + 2}{a_1} = \frac{a_3 + 11}{a_2 + 2} \Rightarrow (a_2 + 2)^2 = a_1(a_3 + 11).$$

Из услова задатка (уврштавајући $a_1 + a_3 = 2a_2$) следи:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + a_3 &= 36 \Rightarrow a_1 + a_3 + a_2 = 36 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2a_2 + a_2 = 36 \Rightarrow 3a_2 = 36 \Rightarrow a_2 = 12 \end{aligned}$$

Заменом $a_2 = 12$ у услов аритметичког низа:

$$a_1 + a_3 = 2a_2, \quad a_1 + a_3 = 2 \cdot 12, \quad a_1 + a_3 = 24 \Rightarrow a_3 = 24 - a_1.$$

Уврштавајући $a_2 = 12$ и $a_3 = 24 - a_1$ у услов геометријског низа, добија се:

$$\begin{aligned} (a_2 + 2)^2 &= a_1(a_3 + 11) \Rightarrow (12 + 2)^2 = a_1(24 - a_1 + 11) \\ 14^2 &= a_1(35 - a_1) \Rightarrow 196 = 35a_1 - a_1^2 \Rightarrow a_1^2 - 35a_1 + 196 = 0 \\ a_1 &= \frac{-(-35) \pm \sqrt{(-35)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 196}}{2 \cdot 1} = \frac{35 \pm \sqrt{1225 - 784}}{2} = \frac{35 \pm 21}{2} \end{aligned}$$

одакле се добијају два решења:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = \frac{35 + 21}{2} = 28 \\ a_2 = 12 \\ a_3 = 24 - a_1 = -4 \end{array} \right. \quad \text{или} \quad \left\{ \begin{array}{l} a_1 = \frac{35 - 21}{2} = 7 \\ a_2 = 12 \\ a_3 = 24 - a_1 = 17 \end{array} \right.$$

Једно решење је: $a_1 = 28, a_2 = 12, a_3 = -4$ је аритметички низ са $d = a_2 - a_1 = 12 - 28 = -16$:

$$b_1 = a_1 = 28, \quad b_2 = a_2 + 2 = 14, \quad b_3 = a_3 + 11 = 7 \text{ је геометријски низ са } q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}.$$

Друго решење је: $a_1 = 7, a_2 = 12, a_3 = 17$ је аритметички низ са $d = a_2 - a_1 = 12 - 7 = 5$:

$$b_1 = a_1 = 7, \quad b_2 = a_2 + 2 = 14, \quad b_3 = a_3 + 11 = 28 \text{ је геометријски низ са } q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{14}{7} = 2$$





II

II-1.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2x}{x^2+2xy} + \frac{4y}{x^2-4y^2} - \frac{y}{xy-2y^2} \right) : \left(1 - \frac{x^2-4y^2-2}{x^2-4y^2} \right) = \\ & = \left(\frac{2x}{x(x+2y)} + \frac{4y}{x^2-(2y)^2} - \frac{y}{y(x-2y)} \right) : \left(\frac{x^2-4y^2-(x^2-4y^2-2)}{x^2-4y^2} \right) = \\ & = \left(\frac{2}{x+2y} + \frac{4y}{(x-2y)(x+2y)} - \frac{1}{x-2y} \right) : \left(\frac{x^2-4y^2-x^2+4y^2+2}{x^2-4y^2} \right) = \\ & = \frac{2(x-2y)+4y-(x+2y)}{(x-2y)(x+2y)} : \frac{2}{x^2-(2y)^2} = \\ & = \frac{2x-4y+4y-x-2y}{(x-2y)(x+2y)} \cdot \frac{(x-2y)(x+2y)}{2} = \frac{x-2y}{2}. \end{aligned}$$

II-2.

$$\begin{aligned} |3x-4| &= -x+4 \\ |3x-4| &= \begin{cases} 3x-4, & 3x-4 \geq 0 \\ -(3x-4), & 3x-4 < 0 \end{cases} = \begin{cases} 3x-4, & x \geq \frac{4}{3} \\ -3x+4, & x < \frac{4}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

За $x \geq \frac{4}{3}$ имамо: $3x-4=-x+4 \Leftrightarrow 4x=8 \Leftrightarrow x=2$.

За $x < \frac{4}{3}$ имамо: $-3x+4=-x+4 \Leftrightarrow -2x=0 \Leftrightarrow x=0$.

Решења једначине су: $x=0$ и $x=2$.

II-3.

$$\begin{aligned} \log 2 + \log(4^{x-2} + 9) &= 1 + \log(2^{x-2} + 1) \\ \log 2 \cdot (4^{x-2} + 9) &= \log 10 + \log(2^{x-2} + 1) \\ \log 2 \cdot (4^{x-2} + 9) &= \log 10(2^{x-2} + 1) \\ 2 \cdot (4^{x-2} + 9) &= 10(2^{x-2} + 1) \quad / 2 \\ 4^{x-2} + 9 &= 5(2^{x-2} + 1) \\ (2^2)^{x-2} + 9 &= 5(2^{x-2} + 1) \\ 2^{2(x-2)} + 9 &= 5 \cdot 2^{x-2} + 5 \\ 2^{2(x-2)} - 5 \cdot 2^{x-2} + 4 &= 0 \end{aligned}$$

Сменом $2^{x-2} = t > 0$ последњи израз постаје квадратна једначина:

$$t^2 - 5t + 4 = 0$$





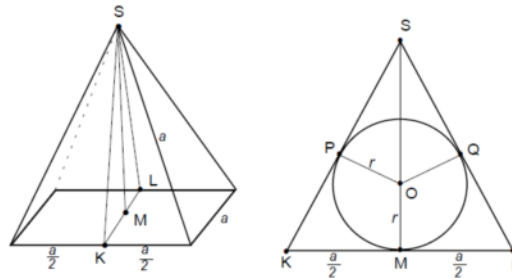
$$t_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2}$$

чији су корени: $t_1 = \frac{5+3}{2} = 4$ и $t_2 = \frac{5-3}{2} = 1$.

$$2^{x-2} = 4, \quad 2^{x-2} = 2^2, \quad x-2=2, \quad x=4,$$

$$2^{x-2} = 1, \quad 2^{x-2} = 2^0, \quad x-2=0, \quad x=2.$$

II – 4.



Посматрајмо осни пресек KLS .

$$KS^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow KS = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$MS^2 = KS^2 - KM^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2 \cdot 3}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2}$$

$$MS^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow MS = \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$PS = KS - PK = \frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}(\sqrt{3} - 1)$$

$$OS = MS - OM = \frac{a\sqrt{2}}{2} - r$$

Како је $r^2 = OS^2 - PS^2$ следи:

$$r^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} - r\right)^2 - \left(\frac{a}{2}(\sqrt{3} - 1)\right)^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} - r\right)^2 - \frac{a^2}{4}(\sqrt{3} - 1)^2$$

$$r^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} r + r^2 - \frac{a^2}{4}((\sqrt{3})^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 1 + 1^2)$$

$$r^2 = \frac{a^2}{2} - a\sqrt{2}r + r^2 - \frac{a^2}{4}(3 - 2\sqrt{3} + 1)$$

$$a\sqrt{2}r = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4}(4 - 2\sqrt{3}) \Rightarrow a\sqrt{2}r = \frac{a^2}{2} - a^2 + \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$



$$a\sqrt{2}r = \frac{a^2}{2}(1-2+\sqrt{3}) \Rightarrow a\sqrt{2}r = \frac{a^2}{2}(\sqrt{3}-1) \quad / a$$

$$\sqrt{2}r = \frac{a}{2}(\sqrt{3}-1) \Rightarrow r = \frac{a}{2}(\sqrt{3}-1)\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow r = \frac{a}{2}(\sqrt{3}-1)\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

добивамо:

$$r = \frac{a}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$

Запремина пирамиде је:

$$V_1 = \frac{BH}{3} = \frac{a^2H}{3} = \frac{a^2}{3} \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$$

а запремина лопте је:

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{4}{3}r^3\pi = \frac{4}{3}\left(\frac{a}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2})\right)^3\pi = \frac{4}{3} \cdot \frac{a^3\pi}{64}(\sqrt{6}^3 - 3\sqrt{6}^2\sqrt{2} + 3\sqrt{6}\sqrt{2}^2 - \sqrt{2}^3) = \\ &= \frac{4}{3} \cdot \frac{a^3\pi}{64}(\sqrt{6}^2\sqrt{6} - 3 \cdot 6\sqrt{2} + 3\sqrt{6} \cdot 2 - \sqrt{2}^2\sqrt{2}) = \frac{a^3\pi}{48}(6\sqrt{6} - 18\sqrt{2} + 6\sqrt{6} - 2\sqrt{2}) = \\ &= \frac{a^3\pi}{48}(12\sqrt{6} - 20\sqrt{2}) = \frac{a^3\pi}{48}4\sqrt{2}(3\sqrt{3}-5) = \frac{a^3\pi}{12}\sqrt{2}(3\sqrt{3}-5) \end{aligned}$$

Тражени процентни број је:

$$p = \frac{100V_2}{V_1} = 100 \frac{\frac{a^3\pi}{12}\sqrt{2}(3\sqrt{3}-5)}{\frac{a^3\sqrt{2}}{6}} = 100 \frac{6\pi(3\sqrt{3}-5)}{12} = 50\pi(3\sqrt{3}-5) \approx 30,8\%.$$

II – 5. Једначина хиперболе је $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$:

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1 \text{ одакле је } a^2 = 4, a = 2 \text{ и } b^2 = 1, b = 1.$$

Једначине асимптота хиперболе су $y = \pm \frac{b}{a}x = \pm \frac{1}{2}x$.

Како су тражене праве паралелне асимптотима, из услова паралелности добијамо: $k_1 = k_2 = \pm \frac{1}{2}$.

Једначине тражених правих које пролазе кроз тачку $T(2, -5)$ ($T(x_0, y_0), x_0 = 2, y_0 = -5$) су:

$$y - y_0 = k(x - x_0), \quad y - (-5) = \pm \frac{1}{2}(x - 2), \quad y + 5 = \pm \frac{1}{2}(x - 2), \text{ тј.}$$

$$y + 5 = \frac{1}{2}(x - 2), \quad 2y + 10 = x - 2, \quad x - 2y - 12 = 0 \text{ и}$$

$$y + 5 = -\frac{1}{2}(x - 2), \quad 2y + 10 = -x + 2, \quad x + 2y + 8 = 0.$$





III

III-1.
$$\left(2^{-1} - 0,4\right) \left(0,5^{-4} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2} - 0,4\right) \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} + (3^{-1})^{-2}\right)^{\frac{1}{2}} =$$
$$= (0,5 - 0,4) \left((2^{-1})^{-4} + 3^2\right)^{\frac{1}{2}} = 0,1 (2^4 + 3^2)^{\frac{1}{2}} = 0,1 \cdot \sqrt{25} = 0,1 \cdot 5 = 0,5$$

Тражена вредност је једнака:
$$\frac{20 \cdot 0,5}{100} = \frac{10}{100} = 0,1.$$

III-2. Из формуле $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$, добијамо:

$$\begin{aligned} (\sqrt[3]{2} + \sqrt[4]{3})^{100} &= \sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} (\sqrt[3]{2})^{100-k} \cdot (\sqrt[4]{3})^k = \sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} \cdot 2^{\frac{100-k}{3}} \cdot 3^{\frac{k}{4}} = \\ &= \sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} \cdot 2^{\frac{99+1-k}{3}} \cdot 3^{\frac{k}{4}} = \sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} \cdot 2^{\frac{99}{3}} \cdot 2^{\frac{1-k}{3}} \cdot 3^{\frac{k}{4}} = \sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} \cdot 2^{33} \cdot 2^{\frac{1-k}{3}} \cdot 3^{\frac{k}{4}} \end{aligned}$$

Очигледно, рационални ће бити они чланови за које су бројеви $\frac{1-k}{3}$ и $\frac{k}{4}$, $0 \leq k \leq 100$ цели. Од бројева: 0, 4, 8, ..., 100 изабраћемо оне, за које је $1-k$ дељиво са 3. То су бројеви: 4, 16, 28, 40, 52, 64, 76, 88, 100. Има их 9.

III-3. Површина лопте је $P = 4R^2\pi$, запремина је $V = \frac{4R^3\pi}{3}$, где је R полупречник лопте. Код лопте описане око

коцке полупречник је половина од просторне дијагонале $R = \frac{D}{2} = \frac{CE}{2}$.

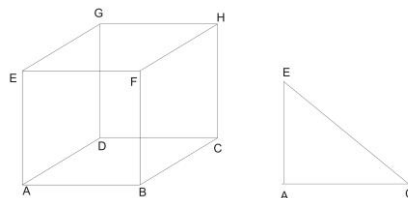
$$AE = a = 2\sqrt{3}, \quad d^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow AC^2 = AD^2 + DC^2 = (2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 = 24$$

$$D^2 = d^2 + a^2 \Rightarrow CE^2 = AC^2 + AE^2 = 24 + (2\sqrt{3})^2 = 36, \quad CE = 6$$

$$R = \frac{CE}{2} = 3$$

$$P = 4R^2\pi = 4 \cdot 3^2\pi = 36\pi$$

$$V = \frac{4R^3\pi}{3} = \frac{4 \cdot 3^3\pi}{3} = 36\pi$$



III-4.

$$\frac{5\cos\alpha + 4}{10\sin\alpha - 1}, \text{ ако је } \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 1.$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 1, \quad \sin \frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = 1 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \cos \frac{\alpha}{2}$$



$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1, \quad \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 1, \quad 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 1, \quad \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2},$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \sin \frac{\alpha}{2} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0$$

$$\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

и добијамо:

$$\frac{5 \cos \alpha + 4}{10 \sin \alpha - 1} = \frac{5 \cdot 0 + 4}{10 \cdot 1 - 1} = \frac{4}{9}.$$

III – 5. Нека је n природан број. a_1, a_2, a_3 – аритметички низ.

Нека је d природан број који представља разлику аритметичког низа и нека је $a_1 = n$. Чланови аритметичког низа су облика:

$$a_2 = a_1 + d = n + d, \quad a_3 = a_1 + 2d = n + 2d$$

$a_1 = n, a_2 = n + d, a_3 = n + 2d$ – аритметички низ; b_1, b_2, b_3 – геометријски низ.

Из услова задатка ако највећем броју аритметичког низа додамо 4 добија се геометријски низ:

$$b_1 = a_1 + 4 = n + 4, \quad b_2 = a_2 + 4 = n + d + 4, \quad b_3 = a_3 + 4 = n + 2d + 4.$$

Услов геометријског низа:

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} \Rightarrow \frac{n + d + 4}{n + 4} = \frac{n + 2d + 4}{n + d + 4} \Rightarrow (n + d + 4)^2 = (n + 4)(n + 2d + 4)$$

$$\Rightarrow n^2 + 2nd + d^2 + 4n + 4d + 16 = n^2 + 2nd + 4n + 4d + 16 \Rightarrow d^2 = 4n \Rightarrow d = 2\sqrt{n}$$

где d мора бити природан број, а то се може постићи на пример за $n=1, n=2, n=3, n=4, \dots$

За $n=1 \Rightarrow d = 2\sqrt{1} = 2$, па се добијају низови:

$$a_1 = n = 1, \quad a_2 = n + d = 3, \quad a_3 = n + 2d = 5$$

аритметички низ: 1, 3, 5

$$b_1 = n + 4 = 5, \quad b_2 = n + d + 4 = 7, \quad b_3 = n + 2d + 4 = 9$$

геометријски низ: 5, 7, 9

За $n=4 \Rightarrow d = 2\sqrt{4} = 4$, па се добијају низови:

$$a_1 = n = 4, \quad a_2 = n + d = 8, \quad a_3 = n + 2d = 12$$

аритметички низ: 4, 8, 12

$$b_1 = n + 4 = 8, \quad b_2 = n + d + 4 = 12, \quad b_3 = n + 2d + 4 = 16$$

геометријски низ: 8, 12, 16.

Тражене тројке природних бројева који задовољавају дате услове могу бити на пример: 1, 3, 5 или 4, 8, 12.





IV

IV-1.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x^3+1} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) \left(x - \frac{2x-1}{x+1} \right) = \\ & = \left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{(x+1)(x^2-x+1)} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) \frac{x(x+1)-2x+1}{x+1} = \\ & = \frac{x^2-x+1-3+3(x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)} \cdot \frac{x^2+x-2x+1}{x+1} = \frac{x^2+2x+1}{(x+1)(x^2-x+1)} \cdot \frac{x^2-x+1}{x+1} = \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x+1)} = 1. \end{aligned}$$

IV-2.

$$|x^2-1|-2x < 0.$$

$$x^2-1=0, \quad (x-1)(x+1)=0, \quad x_1=1, x_2=-1$$



$$|x^2-1| = \begin{cases} x^2-1, & x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty) \\ -(x^2-1), & x \in (-1, 1). \end{cases}$$

За $x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ неједначина постаје:

$$x^2-1-2x < 0 \Leftrightarrow x^2-2x-1 < 0$$

$$x^2-2x-1=0,$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$



$$x^2-2x-1 < 0 \Leftrightarrow x \in (1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2})$$

Уз почетни услов $x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ добијамо: $x \in [1, 1+\sqrt{2})$.

За $x \in (-1, 1)$ неједначина постаје:





$$-(x^2 - 1) - 2x < 0 \Leftrightarrow -x^2 + 1 - 2x < 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 > 0$$

$$x^2 + 2x - 1 = 0,$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}$$



$$x^2 + 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1 - \sqrt{2}) \cup (-1 + \sqrt{2}, +\infty)$$

Уз почетни услов $x \in (-1, 1)$ добијамо: $x \in (-1 + \sqrt{2}, 1)$.

Решење неједначине је: $x \in (-1 + \sqrt{2}, 1) \cup [1, 1 + \sqrt{2}) = (-1 + \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$.

IV – 3.

$$\cos 2x \cos 3x = \cos 5x.$$

Применом формуле $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$ добијамо:

$$\cos 2x \cos 3x = \frac{1}{2}(\cos(2x + 3x) + \cos(2x - 3x))$$

$$\cos 2x \cos 3x = \frac{1}{2}(\cos 5x + \cos(-x))$$

$$\cos 2x \cos 3x = \frac{1}{2}(\cos 5x + \cos x)$$

Заменом у дату једначину добијамо:

$$\cos 5x - \cos 2x \cos 3x = 0, \quad \cos 5x - \frac{1}{2}(\cos 5x + \cos x) = 0, \quad \cos 5x - \frac{1}{2}\cos 5x - \frac{1}{2}\cos x = 0$$

$$\frac{1}{2}\cos 5x - \frac{1}{2}\cos x = 0, \quad \cos 5x - \cos x = 0$$

Коришћењем формуле $\cos \alpha - \cos \beta = -\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ добија се:

$$\cos 5x - \cos x = -\sin \frac{5x + x}{2} \sin \frac{5x - x}{2} = -\sin 3x \sin 2x$$

$$\cos 5x - \cos x = 0 \Rightarrow -\sin 3x \sin 2x = 0$$

Одатле је:

$$\sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z} \text{ или}$$

$$\sin 3x = 0 \Rightarrow 3x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$





IV – 4. Означимо висину стуба са H , а одстојање тачке A од стуба са x .

Из једног троугла је:

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{H}{x} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{H}{x} \Rightarrow H = x \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Из другог троугла је:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 45^\circ &= \frac{H}{x-10} \Rightarrow 1 = \frac{H}{x-10} \Rightarrow H = x-10, \\ x \frac{\sqrt{3}}{3} &= x-10 \Rightarrow 10 = x - x \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow 10 = x \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 10 = x \cdot \frac{3-\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x(3-\sqrt{3}) = 30 \\ x &= \frac{30}{3-\sqrt{3}} = \frac{30}{3-\sqrt{3}} \cdot \frac{3+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} = \frac{30(3+\sqrt{3})}{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{30(3+\sqrt{3})}{9-3} = 5(3+\sqrt{3}) = 15+5\sqrt{3}, \\ H &= x-10 = 15+5\sqrt{3}-10 = 5+5\sqrt{3} = 5(1+\sqrt{3}). \end{aligned}$$

Значи да је висина стуба $H = 5(1+\sqrt{3})$ метара.

IV – 5. График функције пролази кроз тачку $M(-2, -3)$ ако је $x = -2$, $y = -3$.

$$\begin{aligned} y &= (p+1)x^2 + (3p+2)x - 3(p+1), \\ -3 &= (p+1)(-2)^2 + (3p+2)(-2) - 3(p+1), \\ -3 &= 4p+4-6p-4-3p-3, \quad 5p=0, \quad p=0, \\ y &= (0+1)x^2 + (3 \cdot 0 + 2)x - 3(0+1) \\ y &= x^2 + 2x - 3. \end{aligned}$$

1. Домен функције: $\mathbb{R}$.

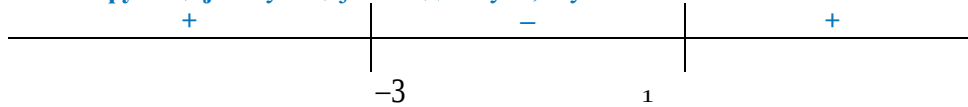
2. Парност функције: $b \neq 0$, функција је непарна.

3. Нуле функције $y=0$:

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 3 &= 0 \\ x_{1,2} &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} = -1 \pm 2 \\ x_1 &= -1+2=1, \quad x_2 = -1-2=-3 \end{aligned}$$



4. **Знакфункције:** Функција има две нуле, и у њима мења знак.



$$y > 0 \quad \text{за} \quad x \in (-\infty, -3) \cup (1, \infty)$$

$$y < 0 \quad \text{за} \quad x \in (-3, 1)$$

5. **Екстремумифункције:** $a=1>0$ функција има минимум. Екстремна вредност је:

$$y_{\min} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 1 \cdot (-3) - 2^2}{4 \cdot 1} = -4 \quad \text{и добија се за} \quad x_{\min} = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1. \quad M_{\min}(-1, -4)$$

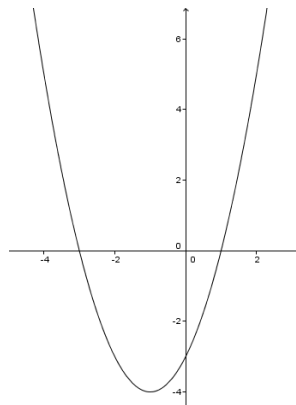
6. **Интервалмонотоности:** $a=1>0$ функција је строго опадајућа у $\left(-\infty, -\frac{b}{2a}\right) = (-\infty, -1)$ и строго растућа у

$$\left(-\frac{b}{2a}, \infty\right) = (-1, \infty).$$

7. **Конвексност и конкавност функције:** $a=1>0$, функција је конвексна на целом домену.

8. **Пресек са y осом:** $x=0 \Rightarrow y=0^2 + 2 \cdot 0 - 3 = -3$

x	-3	-2	-1	0	1
y	0	-3	-4	-3	0





V

V – 1.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a^2+b^2}{a} + b \right) : \left(\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \frac{a^3-b^3}{a^2+b^2} \right) = \\ & = \frac{a^2+b^2+ab}{a} : \left(\frac{b^2+a^2}{a^2b^2} \cdot \frac{a^3-b^3}{a^2+b^2} \right) = \frac{a^2+b^2+ab}{a} : \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{a^2b^2} = \\ & = \frac{a^2+ab+b^2}{a} \cdot \frac{a^2b^2}{(a-b)(a^2+ab+b^2)} = \frac{ab^2}{a-b}. \end{aligned}$$

V – 2.

$$\begin{aligned} (2x-3)^2 + (2x-5)^2 &= 4(x-3)^2 + 30, \\ (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 + (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2 &= 4(x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2) + 30 \\ 4x^2 - 12x + 9 + 4x^2 - 20x + 25 &= 4(x^2 - 6x + 9) + 30 \\ 4x^2 - 12x + 9 + 4x^2 - 20x + 25 &= 4x^2 - 24x + 36 + 30 \\ 4x^2 - 8x - 32 &= 0 \end{aligned}$$

после сређивања добијамо: $x^2 - 2x - 8 = 0$, односно:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2} = 1 \pm 3 \\ x_1 &= 1 + 3 = 4, \quad x_2 = 1 - 3 = -2 \end{aligned}$$

V – 3.

$$\begin{aligned} \cos x + 6 &= 7 \cos 2x, \quad \cos x + 6 = 7(\cos^2 x - \sin^2 x) \\ \cos x + 6 &= 7 \cos^2 x - 7 \sin^2 x, \quad \cos x + 6 = 7 \cos^2 x - 7(1 - \cos^2 x) \\ \cos x + 6 &= 7 \cos^2 x - 7 + 7 \cos^2 x \\ 14 \cos^2 x - \cos x - 13 &= 0 \\ \cos x &= t, \Rightarrow 14t^2 - t - 13 = 0 \\ t_{1,2} &= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 14 \cdot (-13)}}{2 \cdot 14} = \frac{1 \pm \sqrt{729}}{28} = \frac{1 \pm 27}{28} \\ t_1 &= \frac{1+27}{28} = 1, \quad t_2 = \frac{1-27}{28} = -\frac{26}{28} = -\frac{13}{14} \\ \cos x &= 1 \quad \vee \quad \cos x = -\frac{13}{14}. \end{aligned}$$

Због услова $\cos x > 0$, посматрамо само једначину $\cos x = 1$ чије је решење $x_k = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

У интервалу $(0, 20)$ решења су: $x_1 = 2\pi$, $x_2 = 4\pi$, $x_3 = 6\pi$.

Остала решења су ван овог интервала па је: $x_1 + x_2 + x_3 = 2\pi + 4\pi + 6\pi = 12\pi$



V – 4.

$$\log_{35} 28 = \frac{\log_{14} 28}{\log_{14} 35} = \frac{\log_{14} 14 \cdot 2}{\log_{14} 7 \cdot 5} = \frac{\log_{14} 14 + \log_{14} 2}{\log_{14} 7 + \log_{14} 5} =$$

$$\frac{\log_{14} 14 + \log_{14} \frac{14}{7}}{\log_{14} 7 + \log_{14} 5} = \frac{\log_{14} 14 + \log_{14} 14 - \log_{14} 7}{\log_{14} 7 + \log_{14} 5} = \frac{1+1-a}{a+b} = \frac{2-a}{a+b}.$$

V – 5. Нека је a природан број.

a_1, a_2, a_3 – аритметички низ.

Нека је d природан број који представља разлику аритметичког низа и нека је $a_1 = a$. Чланови аритметичког низа су облика:

$$a_2 = a_1 + d = a + d, \quad a_3 = a_1 + 2d = a + 2d$$

$a_1 = a, a_2 = a + d, a_3 = a + 2d$ – аритметички низ.

Из услова задатка имамо:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 12, \quad a + a + d + a + 2d = 12,$$

$$3a + 3d = 12, \quad 3(a + d) = 12, \quad \text{или} \quad a + d = 4$$

Из услова задатка имамо за геометријски низ:

$$b_1 = a_1 = a, \quad b_2 = a_2 = a + d,$$

$$b_3 = a_3 = a + 2d + a = 2a + 2d.$$

Друга једначина се добија из количника геометријског низа:

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} \Rightarrow \frac{a+d}{a} = \frac{2a+2d}{a+d}$$

$$\Rightarrow (a+d)^2 = 2a(a+d)$$

Решавањем овог система једначина:

$$\begin{aligned} a + d &= 4 \\ (a+d)^2 &= 2a(a+d) \Rightarrow 4^2 = 2a \cdot 4 \Rightarrow a = 2 \\ a + d &= 4 \Rightarrow d = 4 - a \Rightarrow d = 4 - 2 = 2 \\ a &= 2 \end{aligned}$$

добијамо $d = a = 2$ одакле се добијаја да су тражени бројеви:

$$a_1 = a = 2, \quad a_2 = a + d = 2 + 2 = 4, \quad a_3 = a + 2d = 2 + 2 \cdot 2 = 6.$$





VI

VI-1.

$$\begin{aligned}
 &3x^2 + 2xy + 2y^2 + 3x - 4y = 0 \\
 &2x - y + 5 = 0 \\
 \hline
 &3x^2 + 2x(2x+5) + 2(2x+5)^2 + 3x - 4(2x+5) = 0 \\
 &y = 2x + 5 \\
 \hline
 &3x^2 + 2x \cdot 2x + 2x \cdot 5 + 2((2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2) + 3x - 4 \cdot 2x - 4 \cdot 5 = 0 \\
 &y = 2x + 5 \\
 \hline
 &3x^2 + 4x^2 + 10x + 2(4x^2 + 20x + 25) + 3x - 8x - 20 = 0 \\
 &y = 2x + 5 \\
 \hline
 &3x^2 + 4x^2 + 10x + 8x^2 + 40x + 50 + 3x - 8x - 20 = 0 \\
 &y = 2x + 5 \\
 \hline
 &15x^2 + 45x + 30 = 0 \\
 &y = 2x + 5 \\
 \hline
 &x^2 + 3x + 2 = 0 \\
 &y = 2x + 5 \\
 \hline
 &x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 1}{2}, \quad x_1 = \frac{-3+1}{2} = -1, \quad x_2 = \frac{-3-1}{2} = -2 \\
 &y_1 = 2x_1 + 5 = 2 \cdot (-1) + 5 = 3, \quad y_2 = 2x_2 + 5 = 2 \cdot (-2) + 5 = 1
 \end{aligned}$$

Решење: $(x_1, y_1) = (-1, 3), (x_2, y_2) = (-2, 1)$.

VI-2.

$$b^2 = d^2 - a^2$$

$$b^2 = 13^2 - 12^2,$$

$$b^2 = 169 - 144,$$

$$b^2 = 25,$$

$$b = 5 \text{ cm},$$

$$H = b = 5 \text{ cm}, \quad r = a = 12 \text{ cm}$$

$$P = 2B + M,$$

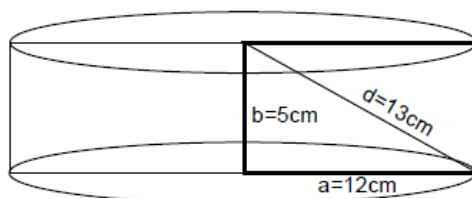
$$P = 2\pi r^2 + 2\pi rH,$$

$$P = 2\pi a^2 + 2\pi ab,$$

$$P = 2 \cdot \pi \cdot 12^2 + 2 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 5$$

$$P = 288\pi + 120\pi,$$

$$P = 408\pi \text{ [cm}^2\text{]}.$$



$$V = BH,$$

$$V = \pi r^2 H,$$

$$V = \pi a^2 b,$$

$$V = \pi \cdot 12^2 \cdot 5,$$

$$V = 720\pi \text{ [cm}^3\text{]}.$$



VI – 3.

$$\begin{aligned}\sin^2 x + \cos x + 1 &= 0, \\ 1 - \cos^2 x + \cos x + 1 &= 0, \quad \cos^2 x - \cos x - 2 = 0 \\ \cos x &= t, \quad t^2 - t - 2 = 0 \\ t_{1,2} &= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 3}{2}, \quad t_1 = \frac{1+3}{2} = 2, \quad t_2 = \frac{1-3}{2} = -1\end{aligned}$$

За $\cos x = 2$ једначина је немогућа.

За $\cos x = -1$ добија се: $x = \pi + 2k\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

VI – 4.

$$\begin{aligned}& \frac{(\log_{\sqrt[3]{27}} 3 + \log_{\sqrt[4]{5}} 25)(\log_{\sqrt[3]{81}} 9 - \log_{\sqrt[3]{8}} 4)}{3 + 5^{\frac{1}{\log_{16} 25}} \cdot 5^{\log_5 3}} = \\&= \frac{\left(\log_{\frac{1}{27^3}} 3 + \log_{\frac{1}{5^{49}}} 25\right) \left(\log_{\frac{1}{81^4}} 9 - \log_{\frac{1}{8^9}} 4\right)}{3 + 5^{\log_{25} 16} \cdot 3} = \\&= \frac{(3 \log_{27} 3 + 49 \log_5 25)(4 \log_{81} 9 - 9 \log_8 4)}{3 + 5^{\log_{25} 16} \cdot 3} = \\&= \frac{(3 \log_3 3 + 49 \log_5 5^2)(4 \log_{9^2} 9 - 9 \log_{2^3} 2^2)}{3 + 5^{\log_{5^2} 4^2} \cdot 3} = \\&= \frac{\left(3 \cdot \frac{1}{3} \log_3 3 + 49 \cdot 2 \log_5 5\right) \left(4 \cdot \frac{1}{2} \log_9 9 - 9 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 \log_2 2\right)}{3 + 5^{\frac{1}{2} \cdot 2 \log_5 4} \cdot 3} = \\&= \frac{(1+98)(2-6)}{3+4 \cdot 3} = \frac{99 \cdot (-4)}{3+12} = -\frac{396}{15} = -\frac{132}{5}\end{aligned}$$

VI – 5. b_1, b_2, b_3 – геометријски низ

Из услова геометријског низа имамо:

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} \Rightarrow b_1 = \frac{b_2}{q}, \quad b_3 = q b_2$$

Усваја се $b_2 = p$ одакле следи: $b_1 = \frac{b_2}{q} = \frac{p}{q}, \quad b_3 = q b_2 = q p$.

Узастопни чланови геометријског низа су: $b_1, b_2, b_3 \Rightarrow \frac{p}{q}, p, p q$.

Из првог услова следи:

$$b_1 + b_2 + b_3 = 42 \Rightarrow \frac{p}{q} + p + p q = 42 \Rightarrow \frac{p}{q} + p q = 42 - p.$$





Из другог услова је:

$$b_2(b_1 + b_3) = 360 \Rightarrow p\left(\frac{p}{q} + pq\right) = 360.$$

Заменом из прве једначине $\frac{p}{q} + pq = 42 - p$ у другу добија се:

$$p\left(\frac{p}{q} + pq\right) = 360 \Rightarrow p(42 - p) = 360 \Rightarrow p^2 - 42p + 360 = 0,$$

чији су корени:

$$p_{1,2} = \frac{-(-42) \pm \sqrt{(-42)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 360}}{2 \cdot 1} = \frac{42 \pm \sqrt{1764 - 1440}}{2} = \frac{42 \pm \sqrt{324}}{2} = \frac{42 \pm 18}{2}, \text{ тј.}$$

$$p_1 = \frac{42+18}{2} = 30, \quad p_2 = \frac{42-18}{2} = 12.$$

Како је из прве једначине $\frac{p}{q} + pq = 42 - p \Rightarrow p\left(\frac{1}{q} + q\right) = 42 - p$, следе две могућности.

За $p_1 = 30$:

$$30\left(\frac{1}{q} + q\right) = 42 - 30, \quad 30\frac{1+q^2}{q} = 12, \quad 30(1+q^2) = 12q, \quad 30q^2 - 12q + 30 = 0$$

добивамо једначину:

$$5q^2 - 2q + 5 = 0, \quad q_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 5}}{2 \cdot 5} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 100}}{10} = \frac{2 \pm \sqrt{-96}}{10}$$

која нема реалних решења.

За $p_2 = 12$:

$$12\left(\frac{1}{q} + q\right) = 42 - 12, \quad 12\frac{1+q^2}{q} = 30, \quad 12(1+q^2) = 30q, \quad 12q^2 - 30q + 12 = 0$$

добивамо једначину:

$$2q^2 - 5q + 2 = 0, \quad q_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4}$$

чија су решења $q_1 = 2$ и $q_2 = \frac{1}{2}$.

Прво решење даје бројеве $\left(\frac{p_2}{q_1} = \frac{12}{2} = 6, p_2 = 12, p_2 q_1 = 12 \cdot 2 = 24\right)$ 6, 12 и 24

а друго решење даје бројеве $\left(\frac{p_2}{q_2} = \frac{12}{\frac{1}{2}} = 24, p_2 = 12, p_2 q_2 = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6\right)$ 24, 12 и 6.





VII

VII – 1.

$$2x^2 + 2y^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x + 2y - 2 = 0$$

$$2x^2 + 2y^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x = -2y + 2$$

$$2 \cdot (-2y + 2)^2 + 2y^2 - 3(-2y + 2) - 2 = 0$$

$$x = -2y + 2$$

$$2 \cdot ((-2y)^2 + 2 \cdot (-2y) \cdot 2 + 2^2) + 2y^2 + 6y - 6 - 2 = 0$$

$$x = -2y + 2$$

$$2 \cdot (4y^2 - 8y + 4) + 2y^2 + 6y - 6 - 2 = 0$$

$$x = -2y + 2$$

$$8y^2 - 16y + 8 + 2y^2 + 6y - 6 - 2 = 0$$

$$x = -2y + 2$$

$$10y^2 - 10y = 0 \quad /10$$

$$x = -2y + 2$$

$$y^2 - y = 0$$

$$x = -2y + 2$$

па је: $y_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 1}{2}$

$$y_1 = \frac{1+1}{2} = 1 \Rightarrow x_1 = -2y_1 + 2 = -2 \cdot 1 + 2 = 0.$$

$$y_2 = \frac{1-1}{2} = 0 \Rightarrow x_2 = -2y_2 + 2 = -2 \cdot 0 + 2 = 2.$$

Решење: $(x_1, y_1) = (0, 1), (x_2, y_2) = (2, 0).$

VII – 2. а) $\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \Rightarrow 0,8^2 + \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 0,36$, па је $\sin x = 0,6$.

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos x \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{6} = 0,8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0,6 \cdot \frac{1}{2} = 0,4\sqrt{3} + 0,3$$

б) $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) =$

$$= \cos x \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{6} + \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{3} =$$

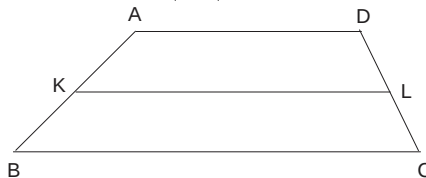
$$= 0,8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0,6 \cdot \frac{1}{2} + 0,6 \cdot \frac{1}{2} + 0,8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,8\sqrt{3} + 0,6.$$





VII – 3. Нека је $ABCD$ – дат траpez, $|AB| = 5$, $|CD| = 3$, KL – средња линија.

Означимо величине основних ивица: $|BC| = a$ и $|AD| = b$.



Како се у траpezу $ABCD$ може уписати круг, то је $|BC| + |AD| = |AB| + |CD|$.

$$|BC| + |AD| = |AB| + |CD| = 5 + 3 = 8$$

$$|BC| + |AD| = a + b$$

$$\Rightarrow a + b = 8$$

Како је $m = KL$ – средња линија траpezа, то важи:

$$m = |KL| = \frac{a+b}{2} = \frac{8}{2} = 4.$$

Ако је h – висина траpezа, из теореме о пропорционалности одсецака између паралелних правих, следи да су висине траpezа $KBCL$ и $AKLD$ једнаке $h/2$.

Површине тих траpezа су:

$$S_{KBCL} = \frac{|BC| + |KL|}{2} \cdot \frac{|h|}{2} = \frac{a+4}{2} \cdot \frac{|h|}{2}, \quad S_{AKLD} = \frac{|AD| + |KL|}{2} \cdot \frac{|h|}{2} = \frac{b+4}{2} \cdot \frac{|h|}{2}$$

Из услова $\frac{S_{KBCL}}{S_{AKLD}} = \frac{5}{11}$ следи:

$$\frac{\frac{a+4}{2} \cdot \frac{|h|}{2}}{\frac{b+4}{2} \cdot \frac{|h|}{2}} = \frac{5}{11} \Rightarrow \frac{a+4}{b+4} = \frac{5}{11} \Rightarrow 11(a+4) = 5(b+4)$$

$$\Rightarrow 11a + 44 = 5b + 20 \Rightarrow 11a - 5b = -24$$

Добија се систем једначина:

$$\begin{array}{rcl} a + b = 8 & \Rightarrow & a = 8 - b \\ \underline{11a - 5b = -24} & & \underline{11a - 5b = -24} \\ a = 8 - b & \Rightarrow & a = 8 - b \\ \underline{11(8 - b) - 5b = -24} & & \underline{88 - 11b - 5b = -24} \\ a = 8 - b & \Rightarrow & a = 8 - b \\ \underline{16b = 112} & & \underline{b = 7} \\ a = 8 - 7 = 1 & & \\ b = 7 & & \end{array}$$

Решење: $|BC| = a = 1$, $|AD| = b = 7$.



VII – 4. Једначина кружнице са центром у тачки $M(p, q)$ и полупречником r је $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$.

$$x^2 + y^2 + 8x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot 4x + 4^2 - 4^2 + y^2 - 9 = 0,$$

$$\Rightarrow (x+4)^2 + y^2 = 25 \Rightarrow p = -4, q = 0, r = 5.$$

Права $y = kx + n$ је тангенте акружнице ако је $(1+k^2)r^2 = (q-kp-n)^2$.

$$(1+k^2)r^2 = (q-kp-n)^2 \Rightarrow (1+k^2)5^2 = (0-k \cdot (-4) - n)^2$$

$$\Rightarrow 25(1+k^2) = (4k-n)^2$$

Како тачка $C(-5, 7)$ ($x = -5, y = 7$) припада тангенти имамо везу:

$$7 = -5k + n.$$

Систем једначина:

$$\begin{array}{lcl} \frac{25(1+k^2) = (4k-n)^2}{7 = -5k+n} & \Rightarrow & \frac{25(1+k^2) = (4k-n)^2}{n = 5k+7} \\ \frac{25(1+k^2) = (4k-(5k+7))^2}{n = 5k+7} & \Rightarrow & \frac{25(1+k^2) = (-k-7)^2}{n = 5k+7} \\ \frac{25+25k^2 = (k+7)^2}{n = 5k+7} & \Rightarrow & \frac{25+25k^2 = k^2+14k+49}{n = 5k+7} \\ \frac{24k^2-14k-24=0}{n = 5k+7} & \Rightarrow & \frac{12k^2-7k-12=0}{n = 5k+7} \\ k_{1,2} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-12)}}{2 \cdot 12} = \frac{7 \pm \sqrt{49+576}}{24} = \frac{7 \pm \sqrt{625}}{24} = \frac{7 \pm 25}{24} \end{array}$$

даје решења:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{7+25}{24} = \frac{32}{24} = \frac{4}{3}, & n_1 &= 5k_1 + 7 = 5 \cdot \frac{4}{3} + 7 = \frac{41}{3} \\ k_2 &= \frac{7-25}{24} = \frac{-18}{24} = -\frac{3}{4}, & n_2 &= 5k_2 + 7 = 5 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 7 = \frac{13}{4} \end{aligned}$$

Добијамо две тангенте чије су једначине:

$$y_1 = k_1 x + n_1 = \frac{4}{3}x + \frac{41}{3} \text{ и } y_2 = k_2 x + n_2 = -\frac{3}{4}x + \frac{13}{4}.$$

Угао под којим се дати круг види из дате тачке је угао између добијених тангенти.

Како је $k_1 = \frac{4}{3}$, $k_2 = -\frac{3}{4}$, тј. $k_1 = -\frac{1}{k_2}$, угао између тангенти је прав.





VII – 5. a_1, a_2, a_3 – аритметички низ

b_1, b_2, b_3 – геометријски низ

Из услова задатка имамо:

$$a_3 = b_3 = 4, \quad a_1 \cdot b_1 = 2 \quad \text{и} \quad a_2 \cdot b_2 = 6.$$

Чланови аритметичког низа су облика:

$$a_2 = a_1 + d, \quad a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d$$

Из друге једначине ($a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d$) добија се:

$$a_3 = a_2 + d \Rightarrow a_2 = a_3 - d = 4 - d$$

$$a_3 = a_1 + 2d \Rightarrow a_1 = a_3 - 2d = 4 - 2d$$

Из услова геометријског низа $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2}$ имамо:

$$q = \frac{b_3}{b_2} \Rightarrow b_2 = \frac{b_3}{q} = \frac{4}{q}$$

$$q = \frac{b_2}{b_1} \Rightarrow b_1 = \frac{b_2}{q} = \frac{\frac{4}{q}}{q} = \frac{4}{q^2}$$

По услову задатка је:

$$\begin{aligned} a_1 \cdot b_1 &= 2 & a_2 \cdot b_2 &= 6 \\ (4 - 2d) \cdot \frac{4}{q^2} &= 2 & (4 - d) \cdot \frac{4}{q} &= 6 \end{aligned} \quad \text{и}$$

Из $(4 - d) \cdot \frac{4}{q} = 6$ следи:

$$4 - d = \frac{6}{4}q \Rightarrow d = 4 - \frac{3}{2}q \Rightarrow d = \frac{8 - 3q}{2},$$

и заменом овог израза у $(4 - 2d) \cdot \frac{4}{q^2} = 2$, односно $2(4 - 2d) = q^2$, добијамо квадратну једначину:

$$\begin{aligned} 2 \left(4 - 2 \left(\frac{8 - 3q}{2} \right) \right) &= q^2 \Rightarrow 2(4 - (8 - 3q)) = q^2 \Rightarrow \\ 2(4 - 8 + 3q) &= q^2 \Rightarrow 2(-4 + 3q) = q^2 \Rightarrow -8 + 6q = q^2 \Rightarrow q^2 - 6q + 8 = 0 \end{aligned}$$

чија су решења:

$$\begin{aligned} q_{1,2} &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} = 3 \pm 1 \\ q_1 &= 3 + 1 = 4, \quad q_2 = 3 - 1 = 2. \end{aligned}$$





За $q_1 = 4$ добијамо $d_1 = \frac{8-3q_1}{2} = \frac{8-3 \cdot 4}{2} = -2$, па је тражени:

$$a_1 = 4 - 2d_1 = 4 - 2 \cdot (-2) = 8, \quad a_2 = 4 - d_1 = 4 - (-2) = 6, \quad a_3 = 4$$

аритметички низ: 8, 6, 4,

$$b_1 = \frac{4}{q_1^2} = \frac{4}{4^2} = \frac{1}{4}, \quad b_2 = \frac{4}{q_1} = \frac{4}{4} = 1, \quad b_3 = 4$$

геометријски низ: $\frac{1}{4}$, 1, 4.

За $q_2 = 2$ добијамо $d_2 = \frac{8-3q_2}{2} = \frac{8-3 \cdot 2}{2} = 1$ па је тражени:

$$a_1 = 4 - 2d_2 = 4 - 2 \cdot 1 = 2, \quad a_2 = 4 - d_2 = 4 - 1 = 3, \quad a_3 = 4$$

аритметички низ: 2, 3, 4,

$$b_1 = \frac{4}{q_2^2} = \frac{4}{2^2} = 1, \quad b_2 = \frac{4}{q_2} = \frac{4}{2} = 2, \quad b_3 = 4$$

геометријски низ: 1, 2, 4.





VIII

VIII – 1. x_1 решење једначине: $x^2 + x - 2005 = 0$ одакле следи: $x_1^2 + x_1 - 2005 = 0$

$$x^2 + x - 2005 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a = 1, \quad b = 1, \quad c = -2005$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{1}{1} = -1$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-2005}{1} = -2005$$

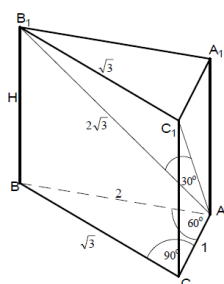
Сада је:

$$\begin{aligned} 2x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + x_1 - 2005 &= \\ = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - x_1x_2 + x_1^2 + x_1 - 2005 &= \\ = (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 + x_1^2 + x_1 - 2005 &= \\ = (-1)^2 - (-2005) + 0 = 1 + 2005 = 2006. \end{aligned}$$

VIII – 2. Пошто је основа половина једнакостраничног троугла, дужине ивица су:

$$AC = 1, \quad \cos 60^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AC}{\cos 60^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \quad \text{и} \quad \sin 60^\circ = \frac{BC}{AB} \Rightarrow BC = AB \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

Права B_1C_1 је нормална на целу бочну страну ACC_1A_1 , па је нормална и на дуж AC_1 . То значи да је троугао AC_1B_1 правоугли са правим углом код тачке C_1 . Према томе и то је половина једнакостраничног троугла, па зато из $B_1C_1 = \sqrt{3}$ следи:



$$\sin 30^\circ = \frac{B_1C_1}{AB_1} \Rightarrow AB_1 = \frac{B_1C_1}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{3}$$

Висину H израчунавамо помоћу Питагорине теореме:

$$H^2 = BB_1^2 - AB_1^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2^2 = 8, \quad \text{тј.} \quad H = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$$

Тражена запремина је једнака:

$$V = BH = P_{ABC} \cdot H = \frac{AC \cdot BC}{2} BB_1 = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2} 2\sqrt{2} = \sqrt{6}.$$





VIII – 3.Из:

$$\log_7 \left(\frac{x+3}{21} \right) = \log_7 \left(\frac{2}{3x-6} \right) \Rightarrow \frac{x+3}{21} = \frac{2}{3x-6}.$$

Решавањем ове једначине добијамо:

$$(x+3)(3x-6) = 2 \cdot 21 \Rightarrow 3x^2 - 6x + 9x - 18 = 42 \Rightarrow 3x^2 + 3x - 60 = 0,$$

односно:

$$x^2 + x - 20 = 0,$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-1 \pm 9}{2}$$

па је $x_1 = \frac{-1+9}{2} = 4$, а друго решење $x_2 = \frac{-1-9}{2} = -5$ као негативно је неодговарајуће.

VIII – 4.

$$2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0,$$

$$2(1 - \sin^2 x) + 5\sin x - 4 = 0$$

$$2 - 2\sin^2 x + 5\sin x - 4 = 0$$

$$-2\sin^2 x + 5\sin x - 2 = 0 \quad / \cdot (-1)$$

$$2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$$

Уводи се смена $\sin x = u$, тада је:

$$2u^2 - 5u + 2 = 0$$

$$u_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4}.$$

$$u_1 = \frac{5+3}{4} = 2, \quad u_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$$

Како $\sin x = 2$ нема решење, тада је:

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow -1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ и}$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

VIII – 5. b_1, b_2, b_3 – геометријски низ

Нека је $b_1 = n$. Тада из услова геометријског низа $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2}$ имамо:

$$q = \frac{b_2}{b_1} \Rightarrow b_2 = b_1 \cdot q = n \cdot q$$

$$q = \frac{b_3}{b_2} \Rightarrow b_3 = b_2 \cdot q = b_1 \cdot q^2 = n \cdot q^2.$$





$b_1 = n, b_2 = nq, b_3 = nq^2$ – геометријски низ

Из услова задатка имамо:

$$b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 = 216 \Rightarrow n \cdot nq \cdot nq^2 = 216 \Rightarrow n^3 q^3 = 216,$$

одакле следи:

$$(nq)^3 = 6^3, \text{ tj. } nq = 6.$$

a_1, a_2, a_3 – аритметички низ

Из услова задатка имамо:

$$a_1 = b_1 = n, \quad a_2 = b_2 = nq, \quad a_3 = b_3 - 3 = nq^2 - 3.$$

Услов аритметичког низа:

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2$$

$$nq - n = (nq^2 - 3) - nq$$

$$nq^2 - 2nq + n - 3 = 0$$

Добија се систем једначина:

$$nq = 6$$

$$nq^2 - 2nq + n - 3 = 0$$

$$n = \frac{6}{q}$$

$$\frac{6}{q} q^2 - 2 \frac{6}{q} q + \frac{6}{q} - 3 = 0$$

$$n = \frac{6}{q}$$

$$6q - 15 + \frac{6}{q} = 0 \quad / \cdot q$$

$$n = \frac{6}{q}$$

$$6q^2 - 15q + 6 = 0 \quad / : 3$$

$$n = \frac{6}{q}$$

$$2q^2 - 5q + 2 = 0$$



Корени квадратне једначине су:

$$q_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$q_1 = \frac{5+3}{4} = 2, \quad q_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$$

За $q_1 = 2$ добијамо $n_1 = \frac{6}{q_1} = \frac{6}{2} = 3$, па су тражени бројеви:

$$b_1 = n_1 = 3, \quad b_2 = n_1 q_1 = 3 \cdot 2 = 6, \quad b_3 = n_1 q_1^2 = 3 \cdot 2^2 = 12, \text{ то јест } 3, 6, 12.$$

За $q_2 = \frac{1}{2}$ добијамо $n_2 = \frac{6}{q_2} = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 12$, тражени бројеви су:

$$b_1 = n_2 = 12, \quad b_2 = n_2 q_2 = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6, \quad b_3 = n_2 q_2^2 = 12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 3, \text{ то јест } 12, 6, 3.$$





ПРИЈЕМНИ ИСПИТ ИЗ ХЕМИЈЕ

Програм пријемног испита

1. Врста материје. Врсте супстанци. Чисте супстанце. Смеше. Елементи и једињења. Основни закони хемије.
2. Атомска структура материје. Агрегатно стање материје. Структура атома. Изградња периодног система елемената. Периодична својства хемијских елемената.
3. Хемијска веза и структура молекула. Теорија валенце. Јонска веза. Ковалентна веза. Метална веза. Водонична веза.
4. Хемијске реакције и раствори. Релативна молекулска маса. Раствори електролита. Електролитичка дисоцијација и степен дисоцијације. Хидратација и солватација. Јаки и слаби електролити. рН. Киселине и базе. Соли.
5. Оксидоредукционе реакције. Напонски низ метала. Галванске ћелије. Електролиза.
6. Значај и особине биогених елемената (C,N,P). Алкални и земноалкални метали. Особине микроелемената и њихов значај.

Литература

Уџбеници Хемије за средње школе.

Љиљана Ђорђевић, Милена Поповић, „Збирка решених задатака из опште и неорганске хемије“, Висока школа промењених струковних студија, Врање, 2010.



	Молимо Вас да рачун и одговоре читко упишете у зато предвиђени простор уз сваки задатак.
	Желимо Вам успех !
За решавање задатака користите следеће податке: Релативне атомске масе Ar: C = 12; O = 16	

- Заокружити хемијски симбол магнезијума:
 - Mn
 - Mt
 - Mg**
- Низ хемијских елемена: натријум, магнезијум, угљеник, жива, сребро представљен је хемијским симболима.
 - Na, Mg, C, Hg, Ag**
 - Na, Mg, C, Cd, Au
 - N, Mn, C, Hg, Au
- Заокружити хемијску формулу угљене киселине:
 - NaHCO₃
 - H₂CO₃**
 - HClO₄
- Заокружити хемијску формулу сумпорне киселине:
 - H₂SO₄**
 - H₂S
 - H₂SO₃
- Заокружити који од наведених оксида при растварању у води даје раствор чији је *pH* мањи од 7:
 - N₂O₅**
 - CaO
 - K₂O
- Заокружити који од наведених оксида је базни оксид:
 - CO₂
 - Na₂O**
 - P₂O₅
- Ако је масени број неког елемента 108, а његов атомски број 47, колико електрона садржи тај атом?
 - 47**
 - 108
 - 61
- Које од наведених једињења представља со:
 - Na₃PO₄**
 - Ma(OH)₂
 - HClO₃
- Ако је масени број неког елемента 119, а његов редни број 50, колико неутрона садржи тај атом?
 - 50
 - 69**
 - 119
- Елемент чији је хемијски симбол Ag спада у:
 - племените гасове**
 - прелазне елементе
 - алкалне метале
- Које од наведених једињења гради водоничне везе?
 - C₂H₆
 - HF**
 - MgCl₂



12. У ком од наведених једињења азот има оксидациони број +1?
а) N_2O_5
б) HNO_2
в) N_2O
13. У формирању хемијске везе учествују:
а) унутрашњи електрони
б) електрони на првом енергетском нивоу
в) **валентни електрони**
14. У ком од наведених молекула су атоми везани ковалентном везом?
а) NaCl
б) N_2
в) MgBr_2
15. У ком од наведених једињења фосфор има оксидациони број +3:
а) H_3PO_4
б) H_3P
в) H_3PO_3
16. Периодни систем елемената има:
а) седам група и осам периода
б) **седам периода и осамнаест група**
в) седам група и осамнаест периода
17. Која је рН вредност слабо базног раствора
а) 3
б) 6
в) **7,8**
18. Како се назива процес приликом кога супстанца загревањем прелази из чврсте у гасовиту фазу?
а) кристализација
б) **сублимација**
в) топљење
19. Колика је температура изражена у степенима целзијуса ако је собна температура изражена у келвинима 273K?
а) **0°C**
б) 100°C
в) 10°C
20. Натријум-оксид (Na_2O):
а) **реагује с водом градећи хидроксид**
б) раствара се у води
в) не раствара се у води
21. Израчунати колико грама угљен (IV)оксида, CO_2 , се налази у 50cm^3 овог гаса?
а) 98,2143g
б) 9,8214g
в) **0,0982g**
22. Колико грама воде и колико грама глукозе треба одмерити да би се направило 300g раствора концентрације 25%?
а) **75g глукозе и 225g воде**
б) 7,5g глукозе и 292,5g воде
в) 0,75g глукозе и 299,25g воде



 АКАДЕМИЈА ТЕХНИЧКО-ВАСПИТАЧКИХ СТРУКОВНИХ СТУДИЈА	Молимо Вас да рачун и одговоре читко упишете у зато предвиђени простор уз сваки задатак.
	Желимо Вам успех !
За решавање задатака користите следеће податке: Релативне атомске масе (A_r) : O = 16	

- Заокружити хемијски симбол азота:
 - N
 - H
 - He
- Низ хемијских елемена: натријум, магнезијум, угљеник, жива, сребро представљен је хемијским симболима.
 - Na, Mg, C, Hg, Ag
 - Na, Mg, C, Cd, Au
 - N, Mn, C, Hg, Au
- Заокружити хемијску формулу хлороводоничне киселине:
 - HClO
 - HCl**
 - HClO₄
- Заокружити хемијску формулу сумпорне киселине:
 - H₂SO₄
 - H₂S
 - H₂SO₃
- Заокружити који од наведених оксида при растварању у води даје раствор чији је *pH* већи од 7:
 - SO₃
 - Na₂O**
 - NO₃
- Заокружити који од наведених оксида је кисели оксид:
 - SO₃**
 - K₂O
 - MgO
- Ако је масени број неког елемента 58, а његов атомски број 26, колико електрона садржи тај атом?
 - 58
 - 22
 - 26**
- Које од наведених једињења представља со:
 - Na₂SO₄**
 - NaOH
 - HClO₄
- Ако је масени број неког елемента 108, а његов редни број 47, колико неутрона садржи тај атом?
 - 61**
 - 108
 - 47
- Елемент чији је хемијски симбол He спада у:
 - племените гасове**
 - прелазне елементе
 - алкалне метале



11. Које од наведених једињења гради водоничне везе?
а) CH_4
б) H_2O
в) $NaCl$
12. У ком од наведених једињења азот има оксидациони број +5:
а) N_2O_5
б) HNO_2
в) N_2O
13. У формирању хемијске везе учествују:
а) унутрашњи електрони
б) електрони на првом енергетском нивоу
в) валентни електрони
14. У ком од наведених молекула су атоми везани ковалентном везом?
а) KCl
б) H_2
в) MgF_2
15. У ком од наведених једињења фосфор има оксидациони број -3:
а) H_3PO_4
б) H_3P
в) H_3PO_3
16. Периодни систем елемената има:
а) седам група и осам периода
б) седам периода и осамнаест група
в) седам група и осамнаест периода
17. Која је рН вредност слабо базног раствора
а) 1
б) 6
в) 8
18. Како се назива процес приликом кога остаје талог након што се течност полако упари
а) кристализација
б) сублимација
в) декантовање
19. Колика је температура изражена у Келвинима ако је собна температура $25^{\circ}C$?
а) 278K
б) 298K
в) 268K
20. Натријум-оксид (Na_2O):
а) реагује с водом градећи хидроксид
б) раствара се у води
в) не раствара се у води
21. Израчунати број молова који се налази у 0,084 g кисеоника (O_2)?
а) 0,0052
б) 0,0026
в) 0,0062
22. Колико грама воде и колико грама глукозе треба одмерити да би се направило 250 g раствора концентрације 11%?
а) 4,4 g глукозе и 245,6 g воде
б) 2,75 g глукозе и 247,25 g воде
в) 27,5 g глукозе и 222,5 g воде



 АКАДЕМИЈА ТЕХНИЧКО-ВАСПИТАЧКИХ СТРУКОВНИХ СТУДИЈА	Молимо Вас да рачун и одговоре читко упишете у зато предвиђени простор уз сваки задатак.
	Желимо Вам успех !
За решавање задатака користите следеће податке: Релативне атомске масе (A_r) : N = 14	

1. Заокружити хемијски симбол калцијума:

- а) K
- б) Ca**
- в) C

2. Низ хемијских елемена: калијум, калцијум, угљеник, калај представљен је хемијским симболима.

- а) K, N, Cu, N
- б) K, Ca, C, Sn**
- в) C, Mg, Ba, Fe

3. Заокружити хемијску формулу фосфорне киселине:

- а) H_3PO_4**
- б) H_2SO_4
- в) HCl

4. Заокружити хемијску формулу сумпорасте киселине:

- а) H_2SO_4
- б) H_2S
- в) H_2SO_3**

5. Заокружити који од наведених оксида при растварању у води даје раствор чији је pH већи од 7:

- а) SO_3
- б) Na_2O**
- в) NO_3

6. Заокружити који од наведених оксида је кисели оксид:

- а) SO_3**
- б) K_2O
- в) MgO

7. Ако је масени број неког елемента 52, а његов атомски број 24, колико електрона садржи тај атом?

- а) 52
- б) 24**
- в) 28

8. Које од наведених једињења представља со:

- а) $NaOH$
- б) $NaCl$**
- в) $HClO_4$

9. Ако је масени број неког елемента 108, а његов редни број 47, колико електрона садржи тај атом?

- а) 61
- б) 108
- в) 47**

10. Елемент чији је хемијски симбол Cu спада у:

- а) племените гасове
- б) прелазне елементе**
- в) алкалне метале



11. Које од наведених једињења гради водоничне везе?
а) CH_4
б) H_2O
в) $NaCl$
12. У ком од наведених једињења азот има оксидациони број +5:
а) N_2O_5
б) HNO_2
в) N_2O
13. Која од наведених реакција представља реакцију оксидо-редукције?
а) $H_2SO_4 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O$
б) $HBr + H_2SO_4 \rightarrow Br_2 + SO_2 + 2H_2O$
в) $N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2HNO_3$
14. У ком од наведених молекула су атоми везани ковалентном везом?
а) $CaCl_2$
б) N_2
в) $NaCl$
15. У ком од наведених једињења сумпор има оксидациони број -2:
а) H_2SO_4
б) H_2S
в) H_2SO_3
16. Атоми изотопа једног елемента садрже:
а) исти број неутрона
б) различит број протона и неутрона
в) исти број неутрона и исти број протона
г) различит број неутрона и исти број протона
17. Која је рН вредност слабо базног раствора
а) 1
б) 6
в) 8
18. Како се назива процес приликом кога остаје талог након што се течност полако упари
а) кристализација
б) сублимација
в) декантовање
19. Колика је температура изражена у Келвинима ако је собна температура $25^\circ C$?
а) 278K
б) 298K
в) 268K
20. Калцијум-оксид (CaO):
а) реагује с водом градећи хидроксид
б) раствара се у води
в) не раствара се у води
21. Израчунати број молекула који се налази у 0,084 g азота (N_2)?
а) $1.8 \cdot 10^{21}$
б) $6.02 \cdot 10^{23}$
в) $4 \cdot 10^{20}$
22. У 160g воде растворено је 15g натријум-сулфата. Колика је процентна концентрација овог раствора?
а) 15%
б) 8.57%
в) 75%



 АКАДЕМИЈА ТЕХНИЧКО-ВАСПИТАЧКИХ СТРУКОВНИХ СТУДИЈА	Молимо Вас да рачун и одговоре читко упишете у зато предвиђени простор уз сваки задатак.
	Желимо Вам успех !
За решавање задатака користите следеће податке: Релативне атомске масе (A_r) : N = 14	

1. Заокружити хемијски симбол калцијума:

- а) κ
- б) Ca**
- в) C

2. Низ хемијских елемена: калијум, калцијум, угљеник, калај представљен је хемијским симболима.

- а) K, N, Cu, N
- б) K, Ca, C, Sn**
- в) C, Mg, Ba, Fe

3. Заокружити хемијску формулу фосфорне киселине:

- а) H_3PO_4**
- б) H_2SO_4
- в) HCl

4. Заокружити хемијску формулу сумпорасте киселине:

- а) H_2SO_4
- б) H_2S
- в) H_2SO_3**

5. Заокружити који од наведених оксида при растварању у води даје раствор чији је pH већи од 7:

- а) SO_3
- б) Na_2O**
- в) NO_3

6. Заокружити који од наведених оксида је кисели оксид:

- а) SO_3**
- б) K_2O
- в) MgO

7. Ако је масени број неког елемента 52, а његов атомски број 24, колико електрона садржи тај атом?

- а) 52
- б) 24**
- в) 28

8. Које од наведених једињења представља со:

- а) $NaOH$
- б) $NaCl$**
- в) $HClO_4$

9. Ако је масени број неког елемента 108, а његов редни број 47, колико електрона садржи тај атом?

- а) 61
- б) 108
- в) 47**

10. Елемент чији је хемијски симбол Cu спада у:

- а) племените гасове
- б) прелазне елементе**
- в) алкалне метале



11. Које од наведених једињења гради водоничне везе?
 - а) CH_4
 - б) H_2O**
 - в) $NaCl$
12. У ком од наведених једињења азот има оксидациони број +5:
 - а) N_2O_5**
 - б) HNO_2
 - в) N_2O
13. Која од наведених реакција представља реакцију оксидо-редукције?
 - а) $H_2SO_4 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O$
 - б) $HBr + H_2SO_4 \rightarrow Br_2 + SO_2 + 2H_2O$**
 - в) $N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2HNO_3$
14. У ком од наведених молекула су атоми везани ковалентном везом?
 - а) $CaCl_2$
 - б) N_2**
 - в) $NaCl$
15. У ком од наведених једињења сумпор има оксидациони број -2:
 - а) H_2SO_4
 - б) H_2S**
 - в) H_2SO_3
16. Атоми изотопа једног елемента садрже:
 - а) исти број неутрона
 - б) различит број протона и неутрона
 - в) исти број неутрона и исти број протона**
 - г) различит број неутрона и исти број протона
17. Која је рН вредност слабо базног раствора
 - а) 1
 - б) 6
 - в) 8**
18. Како се назива процес приликом кога остаје талог након што се течност полако упари
 - а) кристализација**
 - б) сублимација
 - в) декантовање
19. Колика је температура изражена у Келвинима ако је собна температура $25^\circ C$?
 - а) 278K
 - б) 298K**
 - в) 268K
20. Калцијум-оксид (CaO):
 - а) реагује с водом градећи хидроксид**
 - б) раствара се у води
 - в) не раствара се у води
21. Израчунати број молекула који се налази у 0,084 g азота (N_2)?
 - а) $1.8 \cdot 10^{21}$**
 - б) $6.02 \cdot 10^{23}$
 - в) $4 \cdot 10^{20}$
22. У 160g воде растворено је 15g натријум-сулфата. Колика је процентна концентрација овог раствора?
 - а) 15%
 - б) 8.57%**
 - в) 75%



 АКАДЕМИЈА ТЕХНИЧКО-ВАСПИТАЧКИХ СТРУКОВНИХ СТУДИЈА	Молимо Вас да рачун и одговоре читко упишете у зато предвиђени простор уз сваки задатак.
	Желимо Вам успех !
За решавање задатака користите следеће податке: Релативне атомске масе (A_r) : O = 16	

1. Заокружити хемијски симбол азота:

- a) N**
- б) H
- в) He

2. Низ хемијских елемена: натријум, магнезијум, угљеник, жива, сребро представљен је хемијским симболима.

- a) Na, Mg, C, Hg, Ag**
- б) Na, Mg, C, Cd, Au
- в) N, Mn, C, Hg, Au

3. Заокружити хемијску формулу хлороводоничне киселине:

- a) HClO
- б) HCl**
- в) HClO₄

4. Заокружити хемијску формулу сумпорне киселине:

- a) H₂SO₄**
- б) H₂S
- в) H₂SO₃

5. Заокружити који од наведених оксида при растварању у води даје раствор чији је *pH* мањи од 7:

- a) SO₃**
- б) Na₂O
- в) MgO

6. Заокружити који од наведених оксида је базни оксид:

- a) SO₃
- б) K₂O**
- в) N₂O₅

7. Ако је масени број неког елемента 58, а његов атомски број 26, колико електрона садржи тај атом?

- a) 58
- б) 22
- в) 26**

8. Које од наведених једињења представља со:

- a) Na₂SO₄**
- б) NaOH
- в) HClO₄

9. Ако је масени број неког елемента 108, а његов редни број 47, колико неутрона садржи тај атом?

- a) 61**
- б) 108
- в) 47

10. Елемент чији је хемијски симбол He спада у:

- a) племените гасове**
- б) прелазне елементе
- в) алкалне метале

11. Које од наведених једињења гради водоничне везе?

- a) CH₄
- б) HF**
- в) NaCl



12. У ком од наведених једињења азот има оксидациони број +3?
а) N_2O_5
б) HNO_2
в) N_2O
13. У формирању хемијске везе учествују:
а) унутрашњи електрони
б) електрони на првом енергетском нивоу
в) валентни електрони
14. У ком од наведених молекула су атоми везани ковалентном везом?
а) KCl
б) H_2
в) MgF_2
15. У ком од наведених једињења фосфор има оксидациони број -3:
а) H_3PO_4
б) H_3P
в) H_3PO_3
16. Периодни систем елемената има:
а) седам група и осам периода
б) седам периода и осамнаест група
в) седам група и осамнаест периода
17. Која је рН вредност слабо киселог раствора
а) 3
б) 6
в) 7,8
18. Како се назива процес приликом кога супстанца загревањем прелази из чврсте у гасовиту фазу?
а) кристализација
б) сублимација
в) топљење
19. Колика је температура изражена у степенима целзијуса ако је собна температура 303K?
а) 30°C
б) 33°C
в) 3°C
20. Натријум-оксид (Na_2O):
а) реагује с водом градећи хидроксид
б) раствара се у води
в) не раствара се у води
21. Израчунати број молова који се налази у 0,084 g кисеоника (O_2)?
а) 0,0052
б) 0,0026
в) 0,0062
22. Колико грама воде и колико грама глукозе треба одмерити да би се направило 250g раствора концентрације 11%?
а) 4,4 g глукозе и 245,6 g воде
б) 2,75 g глукозе и 247,25 g воде
в) 27,5 g глукозе и 222,5 g воде



ПРИЈЕМНИ ИСПИТ ИЗ ЕКОНОМИЈЕ

Програм пријемног испита

1. Настанак и развој економских наука.
2. Процес друштвене производње као предмет изучавања економије.
3. Основни појмови о друштвеној репродукцији.
4. Робна производња и њене законитости.
5. Национални доходак као материјална основа расподеле у савременој привреди.
6. Основне карактеристике процеса репродукције у савременом друштву.
7. Микроекономија.
8. Макроекономија.
9. Транзиција.
10. Одрживи развој.

Литература

Уџбеници из „Основа економије“ за средње школе.

Мрдак, Г. (2006). Основи економије, Висока школа промењених струковних студија, Врање.

Грегори Манкју, Н., Тејлор, М. (2016). Економија, Економски факултет Универзитета у Београду



ОД СЕК ВРАЊЕ АКАДЕМИЈА ТЕХНИЧКО-ВАСПИТАЧКИХ СТРУКОВНИХ СТУДИЈА	Молимо Вас да решења и одговоре читко испишете за сваки задатак.
	Желимо Вам успех !

1. Шта проучава економија као наука?
Економија је наука о законима који владају у производњи и расподели материјалних средстава за задовољавање људских потреба.
2. Ко су главни представници марксистичке политичке економије?
Карл Маркс и Фридрих Енгелс.
3. Шта је довело до појаве Велике светске економске кризе и чиме се карактерише овај интензивни кризни период?
Хиперпродукција робе, пад цена робе, пад производње, пораст незапослености.
4. Који су субјективни фактори производње?
Радна снага са својим искуством и професионалном оспособљеношћу.
5. Шта је гранична корисност?
Корисност последње расположиве јединице неког добра за подмирење потреба појединца као потрошача.
6. Шта обухвата финансијско тржиште?
Тржиште новца, тржиште девиза, тржиште хартије од вредности.
7. Две компоненте економске политике су монетарна политика и...
а) буџетска политика
б) инфлаторна политика
в) фискална политика
г) пореска политика
8. Негативна стопа привредног раста назива се:
а) експанзија
б) инфлација
в) економска криза
г) рецесија
9. Фактори производње су:
а) сви запослени
б) опрема и машине
в) кредити
г) рад, капитал и земља
10. Макроекономија је:
а) анализа привреде у целини
б) анализа понашања предузећа
в) анализа понашања потрошача
г) анализа пословања региона



11. Основне функције новца су:
 - а) **мера вредности**
 - б) **прометно средство**
 - в) **средство за згртање блага**
 - г) **платежно средство**
 - д) **светски новац**
12. Реални девизни курс представља:
 - а) однос размене домаће валуте према страним валутама
 - б) девизни приход од продате робе
 - в) девизни приход фирме умањен за вредност увоза
 - г) **однос између страних и домаћих цена робе**
13. Шта чини производне снаге?
Људи са својим знањем и производним искуством и њихова средства за рад.
14. Шта је друштвено богатство?
То су нагомилана материјална добра којима располаже једно друштво а производ су рада прошлих и садашњих генерација.
15. Повећањем продуктивности рада обим производње у јединици времена се:
 - а) не мења
 - б) **повећава**
 - в) смањује
 - г) може да се повећа или смањи
16. Понуда и тражња утичу на цене, али цене повратно не утичу на понуду и тражњу:
 - а) да
 - б) **не**
17. Шта је акција у економији:
 - а) физичка активност
 - б) покрет
 - в) **хартија од вредности**
18. Удео потрошње и штедње у дохотку мери се склоностима ка потрошњи и штедњи:
 - а) **да**
 - б) не
19. Профит је:
 - а) број продатих јединица производа помножен са продајном ценом
 - б) **разлика између укупних прихода и укупних трошкова**
 - в) додатни новац који предузеће дели запосленима преко њихове зараде
 - г) правило пословања
20. Појам еластичност тражње означава однос између процентуалних промена тражених количина робе и процентуалних промена цене:
 - а) **да**
 - б) не



21. Економија је наука која проучава активности људи у привредном животу и настоји да открије законе који владају овим обликом људске делатности:
а) да
б) не
22. Само су размена и потрошња основне привредне активности:
а) да
б) не
23. Својина и тржиште нису институције економског система:
а) да
б) не
24. Трампа је натурални облик размене у којој се једне робе директно размењују за новац:
а) да
б) не
25. Национални доходак је новчани израз новостворене вредности произведене у једној држави за временски период од:
а) 1 године
б) 2 године
в) 5 године
26. Акционари имају право:
а) управљање предузећем
б) присвајање дивиденде
в) располагање својим акцијама
г) прерасподеле друштвеног рада
27. Улоге тржишта су:
а) усклађује понуду и тражњу
б) подстиче примену економских принципа
в) подстиче развој производних снага
г) средство за згртање блага
28. Да ли промена продајне цене кухињске соли утиче на промену потражње соли:
а) да
б) не
29. Да ли промена продајне цене сладоледа утиче на промену потражње за сладоледом:
а) да
б) не
30. Номинални курс динара представља однос размене динара према страним валутама:
а) да
б) не
31. Функције тржишта су:
а) алокативна
б) селективна
в) дистрибутивна
г) информативна
д) прогресивна
ђ) опортунитетна



32. Велики број независних продаваца, произвођача и купаца чини тржишну структуру монопола:
а) да
б) не
33. Циљ производње је да задовољи потребе људи:
а) да
б) не
34. Економски систем представља неуређен скуп економских односа:
а) да
б) не
35. У природи постоји довољно слободних потребних добара за задовољење човекових потреба:
а) да
б) не
36. Економска политика је активност коју држава и други субјекти предузимају да би остварили економске циљеве, односно циљеве привредног развоја:
а) да
б) не
37. Резултати успешности привреде могу се изражавати преко друштвеног производа:
а) да
б) не
38. Промена броја становника и реалних доходака не може узроковати промену потражње:
а) да
б) не
39. Политичка економија се као самостална наука јавља у:
а) XIII веку
б) XI веку
в) XVIII веку
40. Најзначајнији представници класичне школе економске мисли су:
а) Карл Маркс и Фридрих Енгелс
б) Адам Смит и Давид Рикардо
в) Милтон Фридман и Џон Мајнард Кејнс
41. Који су основни фактори (чиниоци производње):
- **радна снага**
- **средства за рад**
- **предмети рада**
-
42. Национални доходак се распоређује, односно наменски дели на:
а) амортизацију и акумулацију
б) акумулацију и личну потрошњу
в) амортизацију и личну потрошњу



43. Које су основне фазе друштвене репродукције:
- **материјална производња**
 - **расподела**
 - **размена**
 - **потрошња**
44. Наведите основна својства робе:
- **употребна вредност**
 - **вредност**
45. Раст каматне стопе смањује инвестиције јер повећава трошкове инвестирања, док пад каматне стопе стимулише инвестиције, јер смањује трошкове инвестирања:
- а) да
 - б) не
46. Тражња је еластична када:
- а) мале промене у цени доводе до великих промена у понуђеној количини робе
 - б) **мале промене у цени доводе до великих промена у траженој количини робе**
 - в) промене у цени уопште не доводе до промена у траженој количини робе
47. Шта су гранични (маргинални) трошкови производње?
- Гранични трошкови производње су трошкови фактора производње који настају приликом производње додатне (граничне) јединице производа.**
48. Шта је привреда?
- Привреда је укупност производних и непроизводних делатности у области материјалне производње, промета и потрошње економских добара и услуга.**
49. Шта је основни циљ производње?
- Циљ производње је стварање материјалних добара и услуга ради подмиривања људских потреба.**
50. Шта чини производне снаге?
- Производне снаге чине људи са својим знањем и производним искуством и њихова средства за рад.**
51. Шта супроизводни односи?
- Производни односи су односи између људи у процесу друштвене производње.**
52. Шта је друштвени бруто производ?
- Друштвени бруто производ представља укупно произведену количину материјалних добара и извршених услуга у једној држави током једне године.**
53. Шта је друштвено богатство?
- То су сва нагомилана материјална добра којима располаже једно друштво а производ су рада прошлих и садашњих генерација одређене заједнице.**
54. Шта је национални доходак, чему је намењен и шта показује његова величина?
- Национални доходак представља новчани израз новостворене вредности.**
Намењен је за личну потрошњу и акумулацију.
Његова величина показује степен привредног развоја земље.



55. Друштвени производ је већи од националног дохотка за износ:
а) **амортизације**
б) акумулације
в) остале вредности
г) предмета рада
56. Бруто друштвени производ је већи од друштвеног производа за износ:
а) амортизације
б) акумулације
в) пренете вредности
г) **предмета рада**
57. Натуралну структуру БДП чине:
а) предмети рада и средства за рад
б) лична потрошња и акумулација
в) **производна и потрошна добра**
г) пренета и новостворена вредност
58. Вредносну структуру БДП чине:
а) материјални трошкови и амортизација
б) лична потрошња и акумулација
в) **пренета и новостворена вредност**
59. Повећањем интензитета рада утрошак радне снаге у јединици времена се:
а) не мења
б) **повећава**
в) смањује
г) може да се повећа или смањи
60. Између понуде и тражње треба да постоји равнотежа, јер диспропорције изазивају поремећаје у привреди (кризе и рецесије):
а) **да**
б) не
61. Шта је потребан рад а шта је вишак рада?
Количина рада коју произвођачи утроше за производњу потребног производа назива се потребан рад.
Вишак рада је количина текућег рада коју непосредни произвођачи утроше за производњу вишка производа.
62. Друштво треба свој рад тако рационално да уреди и организује да се са што мањим утрошком радне снаге произведе што је могуће већа количина материјалних добара:
а) **да**
б) не
63. Шта је валута?
Валута је основна новчана јединица једне земље, односно њено законско средство плаћања.
64. Шта је девизни курс?
Девизни курс је цена стране валуте на домаћем тржишту.



65. Инфлација је:
а) монетарна неравнотежа
б) појава неробних плаћања
в) функција новца
66. Под монополом се подразумева такво тржишно стање у коме на страни понуде постоји мноштво продаваца а на страни тражње један купац:
а) да
б) не
67. Тржишна цена представља:
а) вредност робе
б) новчани израз тржишне вредности
в) трошкове производње робе
68. Шта је профит?
Појавни облик вишка вредности.
69. Шта је дивиденда?
Доходак који доноси акција.
70. Привредни раст је ужи појам од привредног развоја:
а) да
б) не
71. Шта је тржиште капитала?
Тржиште капитала је механизам путем којег се тргује хартијама од вредности са роком доспећа дужим од годину дана (обавезнице) или хартијама од вредности (акције).
72. Циљеви економске политике су:
а) привредни раст
б) пуна запосленост
в) стабилност тржишта и цена
г) равнотежа размене и финансијских трансакција са иностранством
73. Има ли раста без развоја, и развоја без раста:
а) да
б) не
74. У економији, један динар данас исто је што и један динар сутра:
а) да
б) не
75. Дивиденда је:
а) приход од позајмљеног капитала
б) приход од акција
в) ванредни трошак
г) ванредни приход
76. Картел је:
а) удружење предузећа са циљем доминације на одређеном тржишту
б) тајна организација
в) игра са картама



77. Супститути су добра:
а) која се морају производити и трошити заједно
б) које производи исто предузеће
в) која могу заменити једно друго у потрошњи
г) која коштају исто
78. ПДВ је скраћеница за:
а) плати дупло више
б) порез на додатну вредност
в) производ доступан вама
г) порез доступан влади
79. Куповина и продаја акција врши се:
а) у банкама
б) у органима локалне самоуправе
в) на финансијским берзама
г) где год се купац и продавац договоре
80. Јавна дажбина коју држава наплаћује приликом преласка границе је:
а) порез
б) разрез
в) царина
г) прирез
81. Опорезивање смањује маргиналну склоност ка потрошњи:
а) да
б) не
82. Ниске пореске стопе неповољно утичу на привлачење инвестиција:
а) да
б) не
83. Шта проучава микроекономија?
Микроекономија проучава понашање појединачних потрошача и појединачних предузећа као основних привредних субјеката.
84. Продајна цена неке робе увек је једнака њеној вредности:
а) да
б) не
85. Роба која је добила улогу општег еквивалента је новац:
а) да
б) не
86. Јавни суфицит настаје када су државни приходи:
а) једнаки државним расходима
б) мањи од државних издатака
в) већи од државних издатака
87. Субвенција је:
а) уговор између партнера у ортачком друштву
б) конкуренција између два предузећа која производе исти производ
в) производ који може заменити неки други производ у потрошњи
г) исплата државе правним и физичким лицима која производе одређена добра



88. Буџетски дефицит настаје када:
а) **се троши више средстава за финансирање јавних потреба од буџетских прихода**
б) влада замрзне плате запослених у јавном сектору
в) домаћа валута девалвира у односу на страну валуту
г) када је увоз већи од извоза
89. Државни интервенционизам подразумева утицај државе у области привреде и тржишта:
а) **да**
б) не
90. Производња и расподела претходе размени:
а) **да**
б) не
91. Како се фактори производње деле са становишта могућности њихове супституције?
- **Супститути – који се могу међусобно замењивати до одређене границе,**
- **Комплементи – који се не могу међусобно замењивати, већ повећање утрошака једног фактора производње захтева повећање утрошака и другог фактора производње.**
92. Монопол је:
а) **такво тржишно стање где на страни понуде постоји само један продавац, а на страни тражње мноштво купаца**
б) такво тржишно стање где на страни понуде постоји мноштво продаваца, а на страни тражње један купац
в) такво тржишно стање где на страни понуде и тражње постоји мноштво учесника
93. Предмети рада су:
а) основни алати и машине које се употребљавају при производњи материјалних добара и услуга
б) сви расположиви (инсталирани) капацитети који се користе у производњи робе и услуга за потребе домаћег тржишта
в) **материје на које људи делују својим умом и физичким способностима уз помоћ средстава за рад, да би их прилагодили својим потребама.**
94. Како гласи општи закон понуде?
Са порастом тржишних цена расте спремност продаваца да тржишту понуде већу количину добара.Понуда расте са повећањем цена.
95. **Per capita** национални доходак је:
а) број машина, уређаја, инсталација и др. према броју запослених радника у индустрији
б) величина дохотка која се обезбеђује произвођачима материјалних добара у предузећима и националној економији
в) **национални доходак по глави становника**
96. Која висина цене обезбеђује оптималну размену робе са и становишта купаца и са становишта продавца:
а) **равнотежна цена која обезбеђује поклапање понуде и тражње**
б) најнижа могућа цена
в) она цена, чији износ, облик и квалитет одређује држава



97. Инфлација значи:
- а) нивелацију цена роба и услуга на ширем регионалном подручју једне националне економије зарад вишег животног стандарда
 - б) нивелацију цена роба и услугама нивоу производних предузећа и залиха роба и услуга
 - в) **стање веће количине новца у оптицају од потребне количине, што је обично праћено сталним растом цена свих роба и услуга**
98. Дефлација је:
- а) специфична врста инфлационих трендова, који се трансформишу у хиперинфлацију при убрзаном развоју националне економије
 - б) **стања мање количине новца у оптицају од потребне количине за реализацију роба и услуга, на нивоу националне економије**
 - в) блажи облик инфлације која се истовремено догађа у неразвијеним земљама света
99. Максимирање профита предузећима обезбеђује:
- а) виши ниво животног стандарда становништва
 - б) **непрекидни раст и развој предузећа, примену научно–технолошких достигнућа, виши ниво дохотка (плата), виши ниво инвестирања и сл.**
 - в) виши ниво зарада запослених и смањење стамбених фондова предузећа
100. Трошкови су:
- а) издатке у капиталу и амортизацији машина и уређаја
 - б) издатке у капиталу и издатке у раду (радну снагу)
 - в) **вредности утрошене у процесу репродукције**